



university of
 groningen

faculty of science
 and engineering

Teaching Functions to High School Students: An Explorative Study

Master Project Science Education and Communication

March 2021

Student: M.P. de Witte, s3455564

First supervisor: dr. A. Mali

Second supervisor: dr. A.E. Sterk

Abstract

I investigated different characteristics of teaching used in lessons in a high school in the northern part of the Netherlands. During the research, three teachers were observed when giving a total of six lessons regarding functions among different age ranges and levels. From these lessons, transcripts were made and translated into English, after which episodes were created aiming at finding similarities and differences within each of the following three characteristics: questioning, introduction versus recap and reinforcement. In total, 138 episodes were created that shaped the results. For questioning, the most notable aspect was that open-ended questions were usually why-questions and closed-ended questions were what-questions asking for specific responses. For the introduction of new theory, there were different approaches used by the teachers, such as letting a student explain the theory in his or her own words. For recap lessons, the theory was only discussed if a student made a mistake. In my observations, when a teacher used positive reinforcement, mostly by giving compliments on their work, the student always was happy with the compliment. For negative reinforcement, in my observations, the teachers needed to only provide a small hint to get the student to behave.

Table of Contents

Abstract	1
Literature research	4
Methodology	10
The Dutch education system	10
On this school	10
Privacy	10
Observations	11
Expectations	12
Results	12
Questions.....	12
Closed-ended questions	14
Open-ended questions.....	18
Recap versus introduction.....	20
Introductory lessons.....	21
Recap	24
Reinforcement.....	28
Negative reinforcement	28
Positive reinforcement.....	30
Discussion	32
Questioning	32
Introduction versus recap	33
Reinforcement.....	34
Conclusions.....	34
Bibliography.....	35
Appendices	37
Appendix 1: Consent form in Dutch	37
Appendix 2: Consent form in English	38
Appendix 3: Transcript of lesson 11107 in Dutch.....	39
Appendix 4: Transcript of lesson 11107 in English.....	49
Appendix 5: Transcript of lesson 11210 in Dutch.....	59
Appendix 6: Transcript of lesson 11210 in English.....	70
Appendix 7: Transcript of lesson 12314 in Dutch.....	81
Appendix 8: Transcript of lesson 12314 in English.....	94
Appendix 9: Transcript of lesson 23115 in Dutch.....	107
Appendix 10: Transcript of lesson 23115 in English.....	124

Appendix 11: Transcript of lesson 33116 in Dutch.....	141
Appendix 12: Transcript of lesson 33116 in English.....	147
Appendix 13: Transcript of lesson 12417 in Dutch.....	153
Appendix 14: Transcript of lesson 12417 in English.....	178

In this thesis I investigated ways of teaching the concept of functions in a high school in the northern part of the Netherlands. To do so, I needed to give myself some information on the different ways of teaching that exist in literature and are regularly applied, for example the degree to which interaction between teacher and students may happen in terms of questioning. I was happy to see that there are research papers written on this topic. It is very hard to give a clear and uniform answer to the question 'what is the best way of teaching?' as I think that it can differ from teacher to teacher. Therefore, I investigated what some ways of teaching are and how they are applied in high schools in the northern part of the Netherlands. I made observations at a high school to see what the differences are between the ways of teaching used in practice. In the next paragraphs I explain the process of my literature search, before diving into my methodology and main findings.

Literature research

During my research, I read up on papers at two times, once before starting the research and once after. In this section, the papers are split into two parts. The first part consists of papers that I had found before my starting the observations. The second part consists of papers I found towards the end of my research. Both parts are in chronological order.

To find useful papers, I have mostly made use of ERIC. I have chosen this search engine as it contained the following very clear and useful specification, to find the papers that would be most useful to my research. I was looking to find papers about education and more specifically, mathematics education. Some of the specifications that were available on ERIC were the publication date, the publication type and the education level. With this, I could very quickly select the last 5 years, papers that have been published in journals and papers that were describing education in high schools. In doing so, I found papers that could be useful, but I wanted to only make use of papers that have been published in journals of the highest standard. For this selection, I have used a list of high-quality journals and per paper I checked in what journal it was published and whether the journal was on the list. Then I checked whether the journal had a high rating, using the same list. If I found a paper that was published in a journal of a good enough standard, I read the abstract, introduction and skimmed through the main findings. If I then decided that the paper would be useful to me, I would put that paper on my list in a separate file and write down as many details as I could find about said paper, for example what the research question was of that paper, what the keywords were, et cetera. This would help me reference later on, when writing about the main findings.

After I had found enough papers that I could possibly be using in this thesis, 13 in total, I filled in table that guided me through the paper. This table reminded me of the parts of the paper that I should pay attention to. For example, the table had questions like: "What is the age range of the participants?" or "What is the data-analysis method?". This helped me writing this part of my thesis. As mentioned, the papers that I was most interested in were the papers that discussed pre-service teachers' education or the papers that discussed teachers' actions. The reason for this is that those papers are very much in line with the topic of this thesis. I have put the papers in a chronological order, starting with the oldest.

The oldest paper I have used before collecting data for my own research, is the paper by Kaur (2017). The researcher investigated how pre-service teachers perceived mathematical problem solving and communicating mathematical knowledge before and after the course. Similar to the research study of the previous paper, the participants were asked about their opinions at different moments during their education.

The research made a selection from 19 students to investigate, and only five of those were actually partaking in the research. Their age range was between 22 and 27 years. The data came from the

journals that the preservice teachers (PTs) wrote and the narratives written by the PTs in the journals. For the data from the interviews, deductive and inductive approaches were used to find categories or themes in the data. The research questions that the researchers tried to answer were:

How did pre-service teachers perceive mathematical problem solving before and after an introduction to problem solving in the curriculum studies course?

How did pre-service teachers perceive the communication of mathematical knowledge before and after introduction to topics such as Arithmetic and Mensuration in the curriculum studies course?

In the findings, the researchers write that it was shown that the PTs understanding was deepened through the problems they solved and the resulting classroom discourse during the lessons on mathematical problem solving. The researchers also write that the tutorials on Arithmetic provided the participants with insights, related to the concept of numbers and the relations. Also, the approaches that the participants were engaged in provided them with knowledge on how to teach Arithmetic in a meaningful way. This study is, however, limited in the sense that it took place in Singapore, which is in a different part of the world and, more importantly, contains a culture very different to the Dutch culture in which I have worked. A difference between the Dutch and Singaporean culture is that the Singaporean culture is heavily influence by the Confucian ethics from the mostly Chinese inhabitants, as opposed to the Dutch culture which is mainly influenced by the foreign input.

The second oldest paper that I have found is the paper by Bieg, Goetz, Sticca, Brunner, Becker, Morger and Hubbard (2017). This paper focusses on the emotions of students while being taught mathematics. It discusses how the different ways of teaching, for example group work, impact the students' emotions, like bored or happy. Bieg et al. write that different ways of teaching evoke different emotions and that the students' emotions have a great impact on their well-being, their learning and their achievement. For example, Bieg et al. writes that a student that feels a negative emotion tends to make less use of the available learning opportunities available to him or her. A student who feels sad might ask less questions. However, a student that feel a positive emotion is normally making use of more of the available learning opportunities available to him or her. This is why it is important to understand how the different ways of teaching influence the students' emotions. Bieg et al. has been working on three research questions in this paper. They are the following and they are adapted from Bieg et al. (2017); their hypotheses have been included:

How often are different teaching methods used during mathematics instruction? The authors assumed that direct instruction would be used most frequently as was found in previous studies. Are different teaching methods accompanied by different levels of enjoyment, pride, anger, anxiety, and boredom? The authors expected that direct instruction would be related to less positive and more negative emotions for students relative to working individually and working in pairs or small groups. Moreover, they expected boredom to be especially prevalent during direct instruction. Is the relation between the different teaching methods and emotions mediated by control-related appraisals (i.e., pace of instruction and provision of choice) that students report during class? The authors hypothesized that direct instruction should be related to lower levels of control-related appraisals, which, in turn, would relate to lower levels of positive emotions and higher levels of negative emotions (i.e., control appraisals mediate the relation between teaching methods and emotions).

To answer these questions, Bieg et al. used a sample of 141 9th graders from 43 classes. These students all came from the German speaking part of Switzerland. In the lessons, the students that were selected to take part, had a device that randomly signalled once within 40 minutes from the start of the lesson. Whenever the student received a signal, that student had to answer certain questions about the teaching method that their teacher had applied, the emotions that (had) felt

during the lesson, the speed with which the teacher had instructed and the choices that the students could make. From these questionnaires, Bieg et al. found out that with 42,6% of the lessons, direct instruction was the most applied teaching method, with individual work (24,5%) second and pair work (10,4%) next. The most frequently reported emotions were boredom and enjoyment. Bieg et al. also found out that the students were slightly more enjoying the lesson when working individually or in groups or pairs. The speed of the instruction was found to be positively related to the emotions anger and fear. This meant that the higher the instruction-speed was, the higher the levels of anger and fear were.

This study was part of a greater study that also focussed on other high school courses like German and French. Also, students were not instructed how to evaluate the different teaching methods. Bieg et al. write that they are sure a student can recognize the difference between group work and direct instruction, but the difference between direct instructions and classroom discussion might have been more challenging. Furthermore, these students were following the highest level of high school education and the researchers warn that the results in this study cannot be generalised for the other levels of education.

The next paper is completed by Yildirim and Yildirim (2019) and is titled: "Conceptions of Turkish mathematics teachers about the effectiveness of classroom teaching." It discusses how Turkish mathematics teachers see effectiveness of classroom teaching and express it in terms of improving students' mathematical proficiency. There are some controversies around this concept. The first one is discussed with an example given by Yildirim and Yildirim (2019):

"Research has shown that teachers in China and Hong Kong tend to see effective teaching as teacher-centred instruction with a coherent structure, whereas U.S. teachers emphasize student-centred instruction for effective teaching. (...) Teachers in China, Hong Kong and France tend to believe that effective teachers are instructors, teachers in U.S. portray an effective teacher as a facilitator." (P.1152-1153)

There are known controversies between countries, I was interested to see what the 'rule of thumb' would be for the Dutch educational system.

The researchers described the aspects Turkish mathematics teachers use for the evaluation of the effectiveness of their classroom teaching. They did this by investigating 33 middle school teachers, of which 23 females, with a mean experience of 3.8 years. All these teachers responded voluntarily to a call of the researchers for participation. The teachers taught classes between 5th and 8th grade, ages from 10 to 11 and 13 to 14. The data was collected between 2014 and 2016. The teachers were asked to evaluate a mathematics lesson they were given. Twenty/three of the participants did that in writing, the remaining 10 did it in an interview. The researchers then agreed on 26 codes to organize the evaluations. The researchers split the evaluations into five clusters, based on the codes. In the first cluster, teachers frequently stated that the lesson had a lack of good teacher guidance and a lack of student participation. The participants wrote that the lesson focused merely on rote learning and failed to improve students understanding. In cluster 3, teachers were positive about the lesson. The participants in this cluster said that the teacher gave the students a safe environment to learn. I have omitted the results in cluster 2 here, because these results were very teacher-specific and not useful for my research.

I think this paper could be potentially useful to find differences between the described country and the Netherlands, however, it is a different type of research than mine will be. It is also difficult to compare because the research questions were not explicitly stated.

The fourth oldest paper that I selected was the paper by Raveh and Shaharabani (2019). I selected this paper because the researchers investigated the development of novice mathematics teachers. They have followed some engineers that had switched career paths to become a mathematics teacher. These pre-service teachers had to be retrained and the researchers interviewed the teachers about their opinions and ideas before and after their retraining. I could use the results of

this paper to compare the reason why the participants in my research have made certain choices around their lessons.

The research questions that the researchers have asked are the following:

What are the preliminary perceptions of experienced engineers, before the beginning of a mathematics teaching preparation programme, regarding mathematics as a discipline compared to engineering?

What are the preliminary perceptions of experienced engineers, before the beginning of a mathematics teaching preparation programme? Specifically, regarding mathematics teaching as expressed in:

- a. Preliminary perceptions of the necessary knowledge for mathematics teaching;
- b. Preliminary perceptions of mathematics teaching versus engineering teaching;
- c. Preliminary perceptions of good mathematics teachers' characteristics.

What are the preliminary perceptions of experienced engineers, before the beginning of a mathematics teaching preparation programme, related to mathematical understanding?

The participants in this study were three mechanical engineers, two industrial engineers and an electrical engineer. Two of the six participants were female, the other four were male. One of the participants had over 30 years of experience, four had over 10 years of experience, one had over one year experience. They all enrolled for a dual-teaching certificate program for their engineering field (9th -12th grade) (ages from 14 to 18) and mathematics (7th – 10th grade) (ages from 12 to 16). The first interviews with the participants took place in the month before the beginning of the program. It consisted of both direct and indirect questions. In the first part, the direct questions, the participants were asked about why they had chosen to study mathematics teaching, their perceptions of mathematics teaching and a good mathematics teacher. The second part, the indirect questions, included a mathematical task. The researchers wanted to find out about the participants perceptions of mathematics teaching and mathematical understanding.

In the interview with the researchers, all six participants talked about teaching method: knowing teaching methods, the lesson planning, how to handle a student's difficulties and answering to 'smart' questions from students with a good understanding of the subject. About the personal characteristics of a good teacher, the participants mentioned the importance of communication and relations with the students. In some additional answers given, the participants talked about communicating with parents, love, caring and patience. The traits they mentioned were self-confidence, humour and tolerance. Two of the participants mentioned loving teaching and feeling a sense of a mission, said the researchers.

The paper is, of course, quite specific. It focuses on engineers switch career paths and follows only six engineers that were retrained to be teachers. It does not implement previously conducted research as much as the previously discussed paper. However, it is interesting to see what non-mathematicians with some passion for mathematics think of mathematics teaching.

The last and therefore newest paper of this section is a study by the researchers Lim, Tyson, Kim and Kim (2020) on the concept of follow-up questioning. This concept means that a teacher asks another question to a student that has just answered a question, to let him elaborate even further. These follow-up questions usually start with a word like 'what', 'why', 'which', etc. I think that this is a very important concept in teaching in general. The study analyses how follow-up teacher actions were related to positive student perceptions about the teachers' discourse practices around sustaining productive discussions in mathematics classroom, the researchers write. Based on earlier research, the researchers said that there is a suggestion of beneficial connections among certain discussion strategies, student participation in class and their educational outcomes. It is important that this topic is researched, since it is important to see what the impact is of follow-up questions and why it is important that the students are heard and actively participating. The research questions these researchers have asked are the following:

To what extent are the teacher's follow-up actions related to students' perception of the teacher's discourse practice?

What discussion patterns do teachers use when posing follow up questions that students perceive as being supportive?

In this research, 875 high school students from grades 10 and 11 and their 57 algebra teachers have participated. These 875 students and the 57 teachers come from 23 high schools in two southern states in the United States. The researchers made use of both a qualitative and a quantitative method to investigate the research questions. They made use of a quantitative investigation of the relationship between the duration and frequency of the teachers' follow-up actions and students' perceptions through a survey. They also made use of a qualitative analysis of follow-up actions in terms of the types of talk moves. The data was collected during two school years.

For each of the teachers, the researchers recorded three random instructional sessions that later were transcribed. The researchers analysed lessons focussing on the action of response of the teacher to a student response in the group discussions.

The researchers found a positive relation between the frequency of the follow-up questions and the duration of the follow-up action. As Lim et al (2017) wrote in their paper: "In particular, teachers who spent more time in follow-up questions were more likely to ask students to apply their own reasoning to another's reasoning." The students described the teachers that asked a lot of follow-up questions as 'listening', 'interested' and 'supportive', according to the paper. I do not think this study has any major limitations. It uses a broad data set and uses multiple methods. It also took place in another western country, which is especially useful for my research in the Netherlands.

This literature review has two main themes. The first one being the different opinions on some ways of teaching and the second one being the results of participation of students. There seems to be a link between the emotions of a student and the ways of teaching and the participation of a student in a lesson. To add to this, the investigation of the concept of follow-up questions has shown that a student finds a teacher more supportive and listening, if the teachers ask follow-up questions. The other papers show that the opinions of pre-service teachers are different before their education to become a teacher.

The papers that I describe next are the papers I have found during my research. For these papers I have used the same format as for the other papers to find the details of each paper. This has helped me to write this part of my thesis.

The oldest paper I have found is written by Jaworski and Didis in 2014. The paper is titled: "Relating student meaning-making in mathematics to the aims for and design of teaching in small group tutorials at university level". The researchers investigated a tutor's behaviour in a tutorial at a university in the United Kingdom. Their research questions were:

1. What is the nature of the teaching manifested in the tutorials?
2. What student meanings can we discern and in what ways?
3. In what ways can we link (1) and (2) and what issues does this raise?

The researchers recorded one tutorial, that four out of five students attended. Besides that, the researchers took notes to describe the ways of teaching in even more detail. In the results, the researchers write that the tutor asked different kinds of questions to help the students find the right (path to the) answer. The researchers found that the tutor might have been funnelling. This means that the tutor has been pointing the student in the right direction, towards the right answer, without the students knowing why that is the right answer. The effect is that students give the right answer and the tutor may think they understand. However, question after question the last one was

narrowed down so much that that answer had to be the right answer. The students give the right answer, but do not understand why that is the right answer.

I have picked this paper, because the format of this research is very similar to my research. The paper is not very broad however. Only one tutorial was reported and only four students attended the tutorial. I expect my own conclusions to be in line with the conclusions these researchers have drawn. Also, the tutor was one of the researchers. This might lead to a conflict of interests for the tutor. The tutor might analyse the transcript subjectively in favour of the students as the tutor knows why he/she asked a certain question or explained something in a certain way; to avoid that, the tutor and a researcher analysed the transcripts.

The next paper I have found is a summary of a different papers. The summary was written by Wood in 1998 and it combines works on funnelling and focussing. The researchers state that most of the communication in mathematics classrooms are of the Initiation, Response, Evaluation (IRE) sequence. The teacher initiates, a student responds and that response is evaluated by the teacher. This, however, is not always the best way of communicating the subject-matter with the students and has been argued that this univocal way of communicating is not supporting students' learning. The paper describes funnelling as well. I will not elaborate on this since I have explained this in the description of the paper by Jaworski and Didis (2014). The explanation is similar, but Wood has also included an example. The next part of the paper is about the students' focus. This is not an approach to find the right answer, but merely to keep the students' focus. By asking questions and letting students explain their solutions, the teacher keeps the focus of the students. In the example given in the paper, the teacher is not focussed on getting a correct answer, the teacher is focussed on showing that the students' mathematical responses are all of equal value and importance. This paper is useful for my research since it describes funnelling, a not-so-good way of explaining something, but also shows a better way to explain an exercise. I expect to see funnelling in my observations and I hope to see different approaches to the standard which relates to the teacher explaining the mathematics by telling the students (the so called "chalk and talk"). If this is the case, I can reflect on that using this paper.

The following paper is written by León, Núñez and Liew in 2014. The paper is a research regarding autonomous motivation, effort regulation, deep-processing and mathematics grades. Autonomous motivation describes the situation where students learn on their own powered by their own will. Effort regulation is the term used to describe perseverance when things become tough. Deep-processing is the term used to describe critical thinking and meaning-making. In this paper, the researchers have investigated the opinion of 1412 high school students among 5 high schools in Las Palmas, Gran Canaria, Spain. Out of the 1412, 670 were male and 681 were female. Of 61 participants the gender was not reported. The researchers have investigated the math grades of the participants and compared them to the students' answers to statements. The students were asked to give a number from 1 to 7 to a statement to show how much they (dis)agree with each statement. A 1 indicates a strong disagreement, a 7 indicated a strong agreement. With these questions, the researchers investigated the following research questions, including their hypotheses.

1. Does autonomous motivation to study predict effort regulation and deep-processing? The researchers' hypothesis was that autonomous motivation to study predicts effort regulation and deep-processing.
2. Is effort regulation related with math grades? The researchers' hypothesis was that effort regulation predicts math achievement.
3. Does deep processing predict math grades? The researchers' hypothesis was that deep-processing predicts math achievement.

The researchers have found that autonomy predicted motivation and motivation predicted both effort regulation and deep-processing. However, there was no relation found between deep-processing

and math grades. Their conclusion was that educators who create classroom environments that support students' autonomy and autonomous motivation are providing students with prerequisites for deep processing and mastery learning. Also, they stated that effort regulation may be required for students to overcome obstacles or distractions so they can learn and achieve.

One of the limitations of this study is that the researchers did not have data on the assessment method used to determine the students' final course grades. Another limitation is that the researchers did not specifically ask the students about their motivation in mathematics as they have not specified this in the question.

This paper can be useful for my research since I can possibly support my results with the results in this paper. I could write why it may be important for a teacher to do a certain action to motivate students to study and support that statement by a statement from this paper.

Methodology

The Dutch education system

The Dutch high school education system consists of three levels. The lowest level is called vmbo. This level can be divided into four different types, ranging from mostly theoretical to mostly practical. All these types of education take a minimum of four schoolyears to complete for a student. Students that follow any of these types of education are generally prepared for a very practical job. The middle level is called havo, taking a minimum of five years to complete. The highest level is vwo, taking a minimum of six years to complete. Only students that have a vwo-degree can go to university, with only a few, very specific exceptions. An ordinary student going to high school is 12 years old.

Besides those three levels, there exists a special education for children with a handicap or problems with behaviour and/or learning. Because lessons on this level are being taught in a way different to a general high school and because this level is not relevant to my research, I have omitted this.

On this school

I have observed lessons on a high-school in the northern part of the Netherlands. I have chosen to observe at this high school, because of convenience to get access to this research site through my network. Besides this, the high school has a wide range of levels (vmbo to vwo) and ages of children (12-18 years), thus I hoped to be able to find teachers willing to help me. I have also made observations earlier in my studies, so I knew that it would be possible and allowed to observe lessons at the school.

A lesson on this school takes 45 minutes. The first lesson of the day on this high school starts at 8:30, the last one starts at 15:30. The students have 3 breaks in between their lessons, two fifteen-minute breaks and one thirty-minute break.

The teachers that I have observed are working at a school that provides every high school level apart from special education. The teachers have varying experiences with teaching, ranging from 6 to 24 years. All teachers are Dutch and some of them have had different jobs before starting to teach. For anonymity, genders and names are not named in this paper, but are known to the researcher.

Privacy

Before making the observations, I have discussed with the teachers if they agreed with the recording of the lessons. All of them agreed and I have used the equipment that I could borrow from the university for the in-class lessons or using a screen recording app on my computer for the online lessons. The teachers have all signed the consent form that can be found in Appendix 1 and 2 for the Dutch and English version respectively. To make sure I can use the data without exposing the teachers, I have come up with a naming convention. This multiple digit number is made up out of 4

separate numbers. The first number describes the number of the teacher that I observed in chronological order. This can be a 1, 2 or a 3. The next number is based on the topic. A 1 corresponds to linear functions, a 2 corresponds to exponential functions and a 3 links to square root functions. The next number is the lesson observed for that teacher. The last numbers indicate the date of the collection of the data. All the lessons were observed in the same month, so only the day of the month will suffice in this code. In this way, a possible number would be: 12409. This would correspond with the fourth lesson observed in teacher 1's lesson, a lesson on exponential functions. This observation was made on the 9th of the month.

Observations

I have made 6 observations and they are described in table 1.

Table 1: The observations I have made and the specifications

Teacher (years of experience)	Topic	Number of lessons observed	Type of education	Level of class	Age of students	Recap or introduction	Amount of interaction between student and teacher
1 (24)	Linear functions and exponential functions	4, 2 of each	All 4 hybrid	Havo	All 4 classes aged 16-17	All 4 recap	Much
2 (10)	Square root functions	1	Traditional	Teencollege	13-14	Introduction	Much
3 (N/A)	Square root functions	1	Fully online	Vwo	13-14	Introduction	Barely any

In this table, one can see the lessons that I have observed per teacher. In the first column, the teacher is denoted in chronological order and the years of experience are included in parenthesis. One teacher did not reply to multiple requests of giving details. The years of experience of this teacher are thus marked with N/A, meaning 'no answer'. In the second column, I have denoted the topic for each teacher. A cell can have multiple topics. For example, for teacher 1, I have observed multiple lessons and not all of them were on the same topic. In column three, I have denoted the number of lessons that I have observed with each teacher. If I have observed a teacher in multiple lessons with multiple topics, I have denoted this by stating the number of lessons per topic. The fourth column shows the type of education. Normally, this high school only teaches in the traditional way: all students are on school. However, due to the Corona crisis, the high school had to adapt a new way of teaching, called hybrid. This hybrid type means that only a part of the class is attending the lesson at school. The rest of the class is at home and follows the lesson online. The students that come to school differ per day. After the Dutch government announced a lockdown, the school had to switch to fully online lessons, meaning all the students were at home. The school was open for teachers to sit in their classrooms.

The fifth column is about the type of the school within which I have observed a lesson. The option here are: teencollege-classes and a normal Dutch high school class. The sixth column shows the approximate age of the students in each class. The last column shows whether the observed lesson was a recap lesson or a lesson where teachers introduced a new topic.

The teencollege is a fairly new type of class where kids are not separated on level, yet. It can be compared to a class in the normal Dutch primary schools. Only after the second year of high school, when the students are aged 13-14, the kids are separated between each level. The students normally spend 4 years on the teencollege, from age 10-11 to age 13-14. Going to teencollege is optional. The idea behind teencollege is to make students from the different levels bond more.

During the observations, I have recorded the teachers on video/audio to be able to transcribe their lessons and compare their ways of teaching to research literature. I have chosen to observe these lessons myself, since that gives me the most detailed idea of the lesson. I could have opted to use someone else's data, but that would not give me as much of an idea of what the normal class-setting was during the lessons.

The teachers have signed a form of consent to allow me to make those recordings. These observations have been made using adequate technology, that I borrowed of the university, to give me the highest quality of recordings. After that I have transcribed the recordings, hereby creating my data. I transcribed the data in Dutch and used Google Translate to translate the transcripts to English. Then I noticed that Google Translate did not always translate every word correctly. For example, the word for square root is in Dutch 'wortel', so this came up quite often in my recordings. However, a 'wortel' is also a carrot. Instead of the square root of 5, Google Translate kept giving me sentences like: "We fill in 5 under the carrot." To rectify mistakes like these, I went over the transcript manually to see if any other mistakes were made and I corrected them where needed. Another problem that occurred was the use of synonyms by Google Translate. A student is also called a pupil, however I needed consistency and hence I changed every 'pupil' in the transcripts back to 'student'. There might be some tiny mistakes with the sentence structure, but English is not my first language, so I might not notice every mistake.

On the topic of students, I describe students in my transcript with a number and a letter. For example, student 2m exists. This is the second student that has been talking in that lesson, hence the two. The letter stands for the perceived gender, so an 'm' or an 'f'. Their perceived gender was decided by me, based on the voice of the student, their name or the way they looked. If it was unclear, I did not denote any gender. For example, in transcript 23115, one can find student 23, without a gender.

Expectations

There is a lot to learn by practicing and, like my tutor used to say: even after you have attained a degree in teaching, you are not a teacher yet. I expect the inexperienced teachers to teach like their textbooks have told them, whereas experienced teachers teach what his experience tells him. I expect teachers who have taught at the same level constantly to have lost touch with the different ways of teaching. A teacher that teaches different levels every week will need to apply more ways of teaching every week.

Results

Questions

For the interaction with students during lessons, teacher can choose to ask questions about the theory or exercises discussed. By asking questions, the teacher may not only invest in the interaction but also tests the students' knowledge on that specific topic. There are two types of questions to be distinguished. Firstly, we have the *closed-ended question*. This is a type of question that has only a limited number of answers. An example could be: "Is my name Maarten?". The answer can only be 'yes' or 'no'. Closed-ended questions also include multiple-choice questions. Secondly, as one might

expect, we have *open-ended questions*. This is a question that has an unlimited number of answers. An example of this is: “What do you think about that?” The answerer has many ways to respond and there is no limitation to his/her answers. Important to note here, is that a closed-ended question should be posed in such a way that the answerer is not forced to give a certain answer. For example, if your teacher asks you: “Are you sure about that answer?”, your response will probably be “no”, even though there might be no reason your original answer would be incorrect. In this section I will discuss the differences and similarities between the lessons I have observed, focussing on the way the questions have been asked.

In the transcripts, I have found 70 episodes on questioning. If an episode contained more than one question, I only looked at the main question in that episode. For example, take a look at the following episode.

Teacher: [...] What two relationships exist between [pause] x and y ? Hey, student 4m, do you have an idea? What do they mean by that? "What two connections are there?"

Student 4m: Yes, that's just the formula, right?

Teacher: Yes, actually that's just the formula, all right. Then what will it be?

Student 4m: I had $1764 \dots$

Teacher: Yes.

Student 4m: $\dots = 250xy$

Teacher: Hm, okay. Let's see. X is the number of children, y is the number of adults, right?

Student 4m: Oh yes, no, then I'm wrong.

Episode 1: 11107

In this episode, the teacher asks multiple questions. The most important ones are: “What do they mean by that?”, “Then what will it be?” and “ X is the number of children, y is the number of adults, right?”. I have created this episode around the first question, since this is the question that paves the way for the other questions. Without the first question, the other questions would not have followed. This is how I decided in which context each question fit if there were more questions in an episode.

In the table below the general overview of what is happening in those episodes can be found as well as the frequency. The interpretation of context describes the setting in which the question was asked. The frequency is showing the number of times the question was asked in the corresponding context. The example is an example of a question a teacher could ask for that context. The examples are made up by me and are not taken from the transcripts.

Table 2: reason for selecting the episodes and the frequency of that reason.

Interpretation of context	Frequency	Example
Teacher tests student’s practical knowledge on topic	Teacher 1: 21 Teacher 2: 7 Teacher 3: N/A	What comes out of this equation? What is $1 + 1$?

Teacher tests student's previous knowledge on topic	Teacher 1: 25 Teacher 2: 2 Teacher 3: N/A	What is the general formula of an exponential equation?
Teacher tests student's understanding of the question	Teacher 1: N/A Teacher 2: 2 Teacher 3: N/A	What do we know from the question?
Teacher tests student's understanding of the new theory discussed	Teacher 1: 7 Teacher 2: 1 Teacher 3: N/A	Can you explain what the theory says?
Teacher checks on the progress with an exercise of the student(s)	Teacher 1: N/A Teacher 2: 1 Teacher 3: N/A	Have you done that question yet
Teacher asks for confirmation or checks if a student understands the teacher's explanation.	Teacher 1: 1 Teacher 2: N/A Teacher 3: 3	This is increasing, do you see?
Total	Teacher 1 (4 lessons): 54 episodes Teacher 2 (1 lesson): 13 episodes Teacher 3 (1 lesson): 3 episodes	

Practical knowledge is a term I use to describe a student's understanding of computations. This is practical since it comes with use of a calculator in almost all of the situations. With previous knowledge I specifically mean the knowledge that the student has obtained from a previous lesson. It is not knowledge that the student has obtained in the ongoing lesson.

Closed-ended questions

In the observations I have made, closed-ended questions did not come up as much as open-ended questions. Closed-ended questions were generally used to test the understanding on a certain topic or to get started with the explanation of an exercise. Examples of this can be found below.

The first episode I want to investigate is one from a lesson on linear functions. This episode comes from a question on finding the number of children that were at a barbecue. The data given was the amount of money that had been paid, being €1764,-, the price for a child to join the barbecue, being €6,- and the price for an adult to join the barbecue, being €8,-. The number of children would be called x and the number of adults would be called y . It was also known that there were 250 people at the barbecue. The students found two relations hidden in the exercise in the lesson, with some help of the teacher, namely:

$$6x + 8y = 1764 \text{ and } x + y = 250.$$

To finally solve the question, the students needed to rewrite those functions in order to find the intersection.

Teacher: Yes, very good. That is linear. Both. But linearly we just said, I'm going up for a moment. [Teacher scrolls on the screen.] Then we said linear, that's $ax + b$, right? But this one looks a bit different. Let's take a look at the bottom one. Can I also get this in the form $y = ax + b$?

Student 19m: Yes.

Teacher: Student 19m, would you like to give it a try?

[Another student responds.]

Student 20f: That x to the right?

Teacher: If I throw that x to the right, it is said here. Then I am left with left: $y = ?$

Student 20f: $-x + 250$.

Episode 2: 11210

The teacher asks a closed-ended question in the first lines, namely:

“Can I also get this in the form $y = ax + b$?”

A possible reason the teacher does so, is to test the student's knowledge on how to finish solving the exercise. Student 19m answers with yes, but does not get the chance to show that he actually knew the answer, since student 20f interrupted him.

Another example can be found below. The teacher asks the student to how many decimal places they normally round of a percentage. The full exercise was to find the growth-percentage per year. The answer to the teacher's question is one decimal place.

Teacher: And then I come to say 1.35, I am not quite right. What do I come to of course? 135.72, then some more digits. Student 2f, then I will come back to you, what is the growth percentage?

Student 2f: 35.72%

Teacher: Yes, perfect. So, growth percentage per year is approximately... Student 4f to how many do we normally round of percentages if nothing is mentioned?

Student 4f: One decimal place.

Episode 3: 12314

Even though the question “to how many do we normally round of percentages if nothing is mentioned?” might look like an open-ended question, you can actually consider it to be a closed-ended question. There are infinitely many numbers, but you never are supposed to round of a number to 5643 decimal places, for example. So, student 4f has to answer the question choosing from 0, 1, 2 or 3 decimal places. The teacher again could ask this question to see if the basic knowledge about percentages is there.

The following example is one where the students answer a closed-ended question wrong. In the exercise, the students are to reason whether the function

$$y = 650 \times (1 - 0,35^t)$$

is increasing or decreasing. The start of this question is assuming t increases and constantly include a slightly bigger part of the formula. The next step is concluding $0,35^t$ decreases and so on.

Teacher: Okay. Then I get, student 20f, which part should I look at now?

Student 20f: $1 - 0,35^t$.

Teacher: Perfect. Well, if $0,35^t$ decreases, what happens to $1 - 0,35^t$?

Student 20f: Also decreasing.

Teacher: Is that right, student 21f?

Student 21f: Um, yes, that goes down.

Student 22f: I had that it increases.

Teacher: It may be the strangest step.

Episode 4: 12314

The question that is of interest in this episode is the question the teacher asks:

“Well, if $0,35^t$ decreases, what happens to $1 - 0,35^t$?”

The student has two possible answers to give. Either “increasing” or “decreasing”. Now the correct answer is “increasing”, so student 20f answers wrongly. The teacher asks student 21f if she believes student 20f is correct, but she answers wrongly too. Student 22f finally gives the right answer, after which the teacher embarks on an explanation about the step that has to be made. The teacher may ask this closed-ended question, because this is the normal approach that is described in their book, as I know from experience. The teacher probably wants to check whether the students are familiar with the approach and also whether they make the right thought step, since the step from

$0,35^t$ to $1 - 0,35^t$

comes with a switch from decreasing to increasing.

The following example is a closed-ended question posed by a different teacher. The question is about a formula between the height above sea level, h , and the viewing distance, d . In the sub-questions, the students will fill in numbers for the h and draw conclusions based on the result.

Teacher: That, indeed, certainly matters. The formula we got is $d = 3.6\sqrt{h}$. Hey, I'm not dealing with x and y here, I'm dealing with d and h here. But of course, that doesn't change, does it? What is my x now?

Student 55f: h .

Teacher: Indeed, h . What's my y now?

Student 55f: the d .

Teacher: the d . Hey, but now I'm going to take a closer look, what does this letter d mean? What am I going to calculate?

Student 56f: The viewing distance in kilometres.

Teacher: Very good, I'm going to underline that. So, it's the viewing distance, pay attention, in kilometres. Okay...

Episode 5: 23115

The teacher is possibly making sure that the students link this new formula with theory they have learnt already. The students are familiar with formulas with x and y , however, this formula contains a d and an h . The teacher can check if the student can apply the theory in a new situation. The students know that you fill in numbers on the place of the x , however, there is no x here. The h functions as an x , but this has to be observed by the students. The teacher tests the student's knowledge and can conclude that student 55f knows that the theory learnt does not only hold for x 's and y 's.

The last episode on closed-ended questions is one with self-consciousness on the teachers' side. The teacher asks a question on whether or not it is allowed to round of the numbers while still working with them. For example:

$$\frac{2}{3} = 0,67.$$

Is this allowed, if you later need to continue computing with that number?

Teacher: [...] For a moment, should I work with unrounded numbers here or not?

Student 13f: Yes.

Teacher: Yes, as I ask it might be logical that that is the answer, but indeed. You have to divide by the unrounded number. Do you have him?

Student 12m: 834?

Episode 6: 12314

The answer is no, and the teacher realizes he has not asked a very hard question in the way he has posed said question. Of course, there is a chance student 13f knew the answer, even with a better formulation of the question, but she is definitely not opposed by the way the teacher asked the question.

Open-ended questions

In the next episode, the students were asked to draw up the formula from the data given in the text. The first episode below is there for context, the second episode is the episode with the open-ended question that is important in this case. First, student 7m failed to give an answer, after which the conversation in episode 7a and 7b happened. This episode is split, because the full episode did not fit in one picture.

Teacher: Student 7m, did you take a good look at it? It is mentioned in the book. Hey, student 8f, what's the general shape?

Student 8f: $N = b * g^t$.

Teacher: Yes, $N = b * g^t$. And think back to last week when we talked about linear growth. $y = ax + b$. Exponential growth, $N = b * g^t$. You have to memorize those two as well, get out, yes you have to know them. You just have to know that. Hey, student 9m, what is data here, say the two points given?

Student 9m: Eh, in 2003 and 2008.

Teacher: Yes, and in 2003 how many were there then?

Student 9m: Eh, 1118.

Episode 7a: 12314

Teacher: [...] And if $t = 8$, then N is exactly equal to 1822. Hey, for the elaboration that sketch does not have to be included in itself, that is now more for the explanation. Uh, but how do I calculate the growth factor? Student 10f, how did you do that?

Student 10f: Eh, the 5-year growth factor is 1822 divided by 1118.

Teacher: Is it about years? Yes. The growth factor of 5 years is, will you say it again? What have you divided?

Student 10f: divide 1822 by 1118.

Teacher: Yes, perfect. Hey, and what came out of that?

Student 10f: Oh, I hadn't calculated that, I would have... [interrupted by teacher]

Teacher: Oh, you just left it there. May, um, I'll just add it. This is coming out. [Teacher writes it on the board.] Like this. Well then you said right, then the growth factor is for one year ...

Student 10f: Is, um, divide 1822 by 1118 to the power $\frac{1}{5}$.

Episode 7b: 12314

The students were meant to find the growth factor g for the formula. The teacher asks student 10f how she has approached that part. To find the growth factor, the students cannot just read it from the text. It requires understanding of the subject and some computations. The computations that are necessary here have been discussed in the lessons and can be found in the book. The teacher can test the knowledge by asking how student 10f has approached the question. She can answer in any way or form. The student is not being directed towards a certain answer, because the question starts with "how".

Another example of an open-ended question can be found in the next episode. The students were given a formula and an x coordinate of a point. The goal of the exercise was to find the y coordinate that belonged to the x , by filling the x in in the formula.

Teacher: [...] "Point P has an x coordinate of 2500." And the y , we're going to calculate that. How am I going to handle this?

Student 30m: $x = \dots$ and then fill in the formula?

Teacher: Very good! So, then I write down: " $x = 2500$ ". And then I always write "gives" after it and then we enter it in the formula. So, try ...

Student 31m: Eh, $2 + \sqrt{2500}$.

Teacher: Very good! So, then we are going to fill that in neatly, $y = 2 + \sqrt{2500}$ and we can calculate that.

Student 32: Where?

Teacher: I put 2500 on the place of x , right? Enter that into the calculator. What comes out then?

Student 33m: 50

Episode 8: 23115

The teacher reads out the question and asks the students how they are supposed to handle it. The question is not directed towards a certain answer and, again by making use of "how", students can give any answer. Student 30m then gives the correct answer, after which the teacher explains the correct way of writing it down. From the reaction of the students, the teacher can conclude that students 30m and 31m have a good idea of how they are supposed to solve a question like this.

The last episode on open-ended question is about a discussion of new theory. The students have been reading through some theory and the teacher asks them to look at the example given. She then asks what the idea is behind the example and whether the student can translate it into his own words.

Teacher: Well, that's on page 158, I just said. We are going to divide \sqrt{ab} into $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$. Do you see what they do with the example of $\sqrt{9x}$? Do you see what they do with it?

Student 93m: Oh yes.

Teacher: Can you tell in your own words what they do with that $\sqrt{9x}$?

Student 93m: Yes, they split the 9 and the x first. And then they do the $\sqrt{3}$, or, the $\sqrt{9}$, which is 3, and they do the \sqrt{x} times 3.

Episode 9: 23115

There are actually two questions in this episode. The first one, "Do you see what they do with it?" is a closed-ended question and is not of importance here. The second one, "Can you tell in your own words what they do with that $\sqrt{9x}$?" is technically also a closed-ended question, but has been interpreted by the student as an open-ended question. In that sense, one could say the open-ended question is disguised as an invite to explain himself. I think that the teacher tests the student's

understanding of the theory by making use of a (disguised) open-ended question, “Can you tell in your own words what they do with that $\sqrt{9x}$?”. If the student can explain what is happening in the example, there is evidence that the student is understanding the theory.

Recap versus introduction

In the lessons in high school, the explanation of theory plays an important role. The theory (see figure 1 for an example) is explained when the topic is new to the students and this is what I will call *introduction* or an *introductory lesson* in this thesis. It is also possible that in some lessons, generally shortly before a test, the teacher tests the students’ knowledge by briefly describing what the discussed theory has been throughout the chapter or by asking questions to the class. This is what is called *recap* or a *recap lesson*. In my observations, I have observed 2 introductory lessons and 4 recap lessons. The recap lessons were taught by teacher 1, the introductory lessons were taught by teachers 2 and 3, a lesson each.

Theorie Schatten bij optellen

Een schatting maken gaat zo:

- Maak van de getallen die je moet optellen ronde getallen.
- Tel de ronde getallen bij elkaar op.
- Gebruik in je antwoord het *is ongeveer* teken \approx .

Voorbeeld Schattend optellen tot honderd

Opgave
Schat het antwoord van $29 + 64$.

Aanpak

- 29 wordt afgerond op tientallen 30 en 64 wordt afgerond op tientallen 60.
- Gebruik het teken \approx .

Uitwerking

$29 + 64 \approx 30 + 60 = 90$

Figure 1: an example of the theory as it is explained in books, retrieved from: <https://www.noordhoff.nl/voortgezet-onderwijs/wiskunde/getal-en-ruimte>

In the table below, one can find the context that I found in each episode along with the frequency. In total I have selected 28 episodes, of which seven can be found in this chapter. For some teachers, a certain context was not existing in the episodes I created. This is indicated with *N/A*. It does not mean that the teacher never does this, just not in my episodes. The context describes the setting in which the theory was discussed. The frequency is showing the number of times the theory was discussed in the corresponding context. The example is an example of a theory-related sentence a teacher could say. The examples are made up by me and are not taken from the transcripts.

Table 3: Context found in each episode and the frequency per teacher

Interpretation of context	Frequency per teacher	Example
Teacher brings up previously discussed theory	Teacher 1: 13 Teacher 2: 3 Teacher 3: N/A	What is the general formula again?
Teacher gives a hint about theory to a student who did not answer a question correctly	Teacher 1: 4 Teacher 2: N/A Teacher 3: N/A	You should start by writing down the general formula.

Teacher uses a less complicated example in terms of theory to model a solution	Teacher 1: 3 Teacher 2: N/A Teacher 3: N/A	What do we do in this simpler example? And what do you think should we do in the actual question then?
Teacher explains new theory	Teacher 1: N/A Teacher 2: 2 Teacher 3: 3	The next step is separating the square root.
Total	Teacher 1 (4 lessons): 20 episodes Teacher 2 (1 lesson): 5 episodes Teacher 3 (1 lesson): 3 episodes	

Introductory lessons

In the following two episodes I will discuss, the students read a page about the split of square roots. Now, this way of splitting fractions was completely new to the students. The first episode has also been discussed in the section on open- and closed-ended questions. However, because I had less material on introductory lessons than on recap lessons, I decided to describe this episode again. The teacher asks a student what the idea is behind the action that has been performed in the theory. In the theory, a multiplication under a square root gets split into two separate terms.

<p>Teacher: No, I get that. Just read along in your book with the new theory. There it says, um, \sqrt{ab}...</p> <p>Student 92m: Where is it?</p> <p>Teacher: Well, that's on page 158, I just said. We are going to divide \sqrt{ab} into $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$. Do you see what they do with the example of $\sqrt{9x}$? Do you see what they do with it?</p> <p>Student 93m: Oh yes.</p> <p>Teacher: Can you tell in your own words what they do with that $\sqrt{9x}$?</p> <p>Student 93m: Yes, they split the 9 and the x first. And then they do the $\sqrt{3}$, or, the $\sqrt{9}$, which is 3, and they do the \sqrt{x} times 3.</p>

Episode 10a: 23115

Teacher: So, what they're actually doing is they're actually going to pull what's under the square root sign, they're actually going to pull apart, as it were. So, then you get square root $\sqrt{9}$ times \sqrt{x} . And root 9 we know, that is of course 3. So that leaves me: $3\sqrt{x}$. Uh, we are going to do this with assignment 66. And we are going to write it down neatly. Question 66a states the following. There it says: $y = 5 + \sqrt{10x}$. How are you going to get this square root, how are you going to get these 10 from under the square root? Because in the end I just want to rewrite to the form $y = 5 + a$ times \sqrt{x} .

Student 94m: Just, um, just the $\sqrt{10}$ times \sqrt{x} .

Teacher: So then let's write down nicely. Then you get the following result. $\sqrt{10}$ times \sqrt{x} , right? Then I get what you say.

Student 94m: Yes.

Episode 10b: 23115

The information is new to the students, but instead of explaining it, the teacher asks a student to describe it for the whole class. The student explains that they split the square root where the multiplication is in $\sqrt{9x}$, namely between the 9 and the x . The student then describes that the square root of 9 is equal to three. The teacher has not opted for an explanation, but lets the students tackle the problem themselves. In the second episode, the teacher explains in a more mathematical language what they are exactly doing, but on a whole, the explanation of student 93m was correct. The teacher has possibly opted for this way of explaining, to activate the student. If a teacher explains something, the students listen, whereas in this way, the students need to think about the theory, because the teacher can ask them to explain what is happening. I am not aware whether this method of explaining is always used by the teacher, but from the behaviour of the students, e.g., knowing what is expected of them without any further explanation, I consider this to be the case.

In the next episode, one can see the explanation by another teacher on how the textbook authors have created a table and filled in some numbers in the y row, see the following table.

Table 4: the table discussed in episode 12

x	0	1	2	3	4	5	9
y	2	3					

The idea is that the students fill in the numbers from the x row in the table in the function. This teacher has chosen to teach the lesson (including the explanation of new theory) as a university lecture, without too much participation from the students. This lesson was taught completely online and this will possibly have been the reason to choose for this lecture-like teaching method.

Teacher: [...] And then we will fill in what is still there. It says here that this must be a 2 and under the 1 there is a 3. Now the only question is, how did they get that 2 again on that 3. Because, yes, we have to be under the 2, under the 3, under 4, under 5, under 9 also find the numbers. I'm going to write that out, I'll do that next to it. And I do that for a moment, then I put a line behind it, and I do that at 0 and at 1. And then at 2 I also do it. And then at 3, 4, 5 and 9 I don't do it anymore, so know that for a moment. And I do that at 0 and 1, to show that it is really correct. Well imagine, I know my $x = 0$ because that's given, huh, that's right here in my table, that's right there. So, I can replace it with 0 wherever there is an x in my formula. So, I get $y = 2 + \sqrt{0}$. If I calculate this, then of course I have a calculator, but maybe you can do it by heart. Then I get that 2, I leave it. And the square root of 0, if you calculate it, you can still do this by heart, is of course just 0. That is nothing, nothing stays nothing. And we also know what $2 + 0$ is, so that's 2. So that way we get to that 2.

Episode 11: 33116

The teacher describes the way the content creators have found the first number. By filling in the 0 for x , the students create an equation, here it is

$$y = 2 + \sqrt{0},$$

that can be solved, in this case without a calculator. The students are supposed to understand the 'trick' (filling in the x coordinates to find the y coordinates) from the explanation and apply this for the other numbers for x in the table as well. Since the students know how to fill in numbers in a function and compute the y , I think this is an effective way of explaining. The only new thing here is that the students are not familiar with the square root function. This, however, is only a small step and I do not think it is necessary to explain it in the more active way that is used in a normal classroom setting.

The next episode is an episode from an online lesson by the same teacher, again on the topic of square root functions, where she describes what the form of a graph of a square root function is. The students have just been listening to the teacher explaining how to do the exercises and they have not actively participated in the lesson yet. The teacher describes how one indicates the points on the graph and how to draw a line through them that depicts the graph of the function. More importantly, she describes where the graph is not defined.

Teacher: [...] We're going to draw a line through it. And we start exactly with that 2, or that (0,2). So, the first dot that we have put or drawn. And then we're going to draw a line through it freehand. And you should notice that the farther you go, the closer the dots get together. So, the flatter the line will run. Hey, in the beginning it really goes up a bit from this. From that 0 to that first, there. From $x = 0$ to $x = 1$, it really goes a bit steeper than if you look at $x = 4$ and $x = 5$. There the difference is much smaller. So that's how to keep it on too. So, then it goes that way to 9. And that's how always such a kind of, um, root formula runs. And of course, it can still be tilted, mirrored, and so on, but it always runs quite steep at the beginning and always flattens. Okay, why do we start exactly here and don't we continue drawing from that (0,2) to the other side? So, say down here, this way [the negative part of the x -axis]. Well, you learned in the previous two paragraphs that the square root of a negative number does not exist. So, if I were to fill in that x , huh, if x is -1 and so I take the square root of -1 , then that is not possible. It just doesn't work out. So that's why on this side, so on this side [teacher draws in the coordinate system], it is very difficult for me to indicate otherwise, you don't draw anything. So, your starting point is really at (0,2). There you start, always. Well, not always, but in this case. So, you cannot calculate a negative square root. That really matters.

Episode 12: 33116

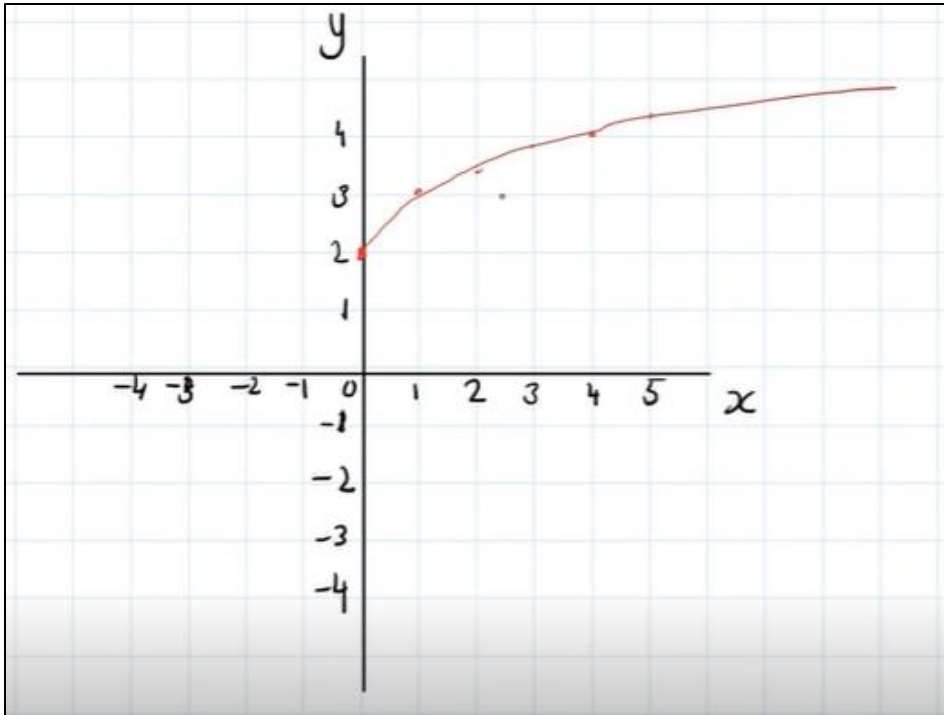


Figure 2: The snapshot of the graph sketched by the teacher in transcript 33116, belonging to episode 12

The teacher describes that the function, see Figure 2 will run flatter, the higher the number gets. However, the graph can be tilted, mirrored etc., based on the function. She also explains that the graph is not existing below $x = 0$, because the square root of a negative number does not exist. The starting point is, as the teacher says, at $(0,2)$. She emphasizes that the graph only exists on one side of the x axis. The explanation is again without any active participation from the students and this might be one of the limitations of online teaching. The students cannot draw on the teachers' screen, so the teacher has to do it herself. Some participation might have been possible, but the teacher has for unknown reasons not opted for this.

Recap

In the following episode, the teacher explains the correct way of solving in a situation where the students had to create the formula of a linear function after being given two sets of coordinates. The students and the teacher had just filled in a point to compute the b in the general formula for a linear function,

$$y = ax + b.$$

The students ended up with the equation

$$3 = b - \frac{2}{3}.$$

Now they are discussing what the correct last step is. The teacher asked student 9m what the way of solving was. This student told the teacher to divide both sides by $\frac{2}{3}$.

Teacher: Well guys, can you help here? Do I have to divide 3 by $\frac{2}{3}$?

Student 9m: No, then probably?

Student 10f: Plus.

Teacher: I must be correct? What should I do?

Student 10f: $3 + \frac{2}{3}$

Teacher: Hey, that $-2/3$ I work through on both sides, if you think back to that scale from class 2, by adding $2/3$ on both sides, right? If it says $-\frac{2}{3}$ TIMES b , yes then I have to divide. But now it's just $+\frac{2}{3}$. Yes? Do you understand?

Student 9m: Yes.

Episode 13: 11210

The teacher asks the rest of the class whether that was right and student 10f answers that it is not. The teacher then explains what they had to do, namely add $\frac{2}{3}$ on both sides of the equation. The *scale* the teacher is referring to is a common explanatory method for solving linear equations. The teacher also describes the situation where you would divide (what student 9m advised), which is the case with multiplication. After the recap, the teacher checks on the student if he understands and student 9m answers affirmatively.

The next episode is from a lesson on exponential functions. The class and teacher are trying to create an exponential formula around the data that was given. The teacher tries to get the answer to the question: "How can one find the value for b in the exponential function,

$$N = b \times g^t,$$

if you know g and have filled in a number for t and N ?" Student 12m answers, saying he does not know how to do this, after which the teacher tries to make it simpler for the student. The equation that was reached just before this episode was

$$1118 = b * 1.1026^3.$$

The students are allowed to divide both sides, in this case by 1.1026^3 . They do not need to compute this number first.

Teacher: Perfect. Hey, what I sometimes do is that I immediately, sorry, I have to copy it well, put 1118 behind it. He is also allowed to do so, that does not really matter for the calculation. And then I have, say, my unknown left, right? Then I can continue right away. Well, if I have this now, student 12m, what will it be?

Student 12m: Uh, I don't know.

Teacher: Here is some decimal number b times and then this [points to 1118] has to come out, right? If I say to you, um ...

[Pause]

Teacher: $3x = 6$. What do you say then? Then x is equal to?

Student 12m: Two.

Teacher: Sure. But what do you actually do?

Student 12m: Should you start dividing, or?

Episode 14: 12314

The teacher explains what the student would do when he would need to solve $3x = 6$. The student says he would divide. And from the way he answers the teacher's last question, you can see that the student is actually considering that to be the method to solve the original question. The teacher tries to simplify the problem for the student. The teacher comes up with an adequate equation that the student probably knows the answer to already. The form of the two equations is the same, but the second one is much easier because the numbers are simpler. The fact that the exponential equation looks very hard, is a possible problem for the student, even though he knows what the correct next step should be. Simplifying to get the student to catch up with the theory is thus a good solution in this case.

The next episode is again on exponential functions. In the exercise, the students were given a graph, see Figure 3, on logarithmic paper and were asked to find two points. From the points, the students could find the growth factor by dividing the y coordinates of those points. In this case, the points found were (1,30) and (6,400). The correct computation for the growth factor of 6 days would be $\frac{400}{30}$.

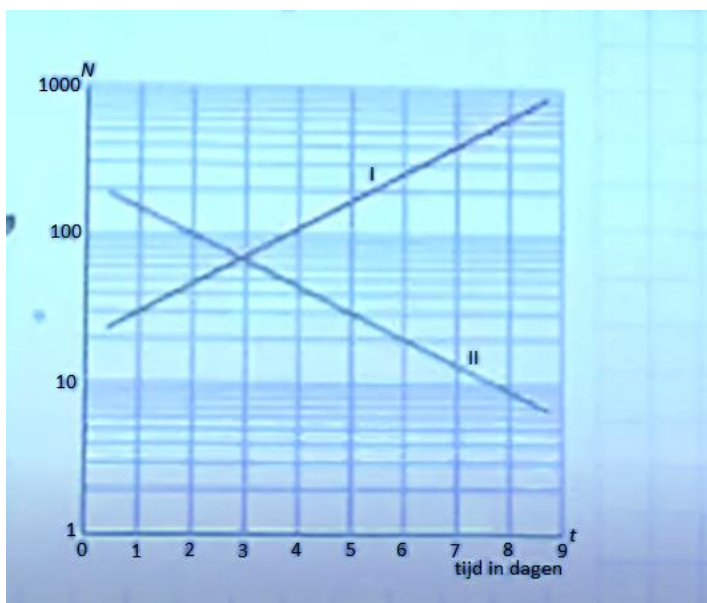


Figure 3: Snapshot of the graph the students were given in the book in episode 15

In the figure two graphs are shown. One is increasing, the other is decreasing. These graphs are called I and II respectively. On the x -axis, the time in days is given. On the y -axis, the number N is given. It is not specified what this number is. In the exercise that was discussed in episode 15 graph I was considered.

Teacher: Yes. In this case 6 days. For 6 steps. And how do I do that again?

Student 13m: Eh, $g_6 = 30$ divided by 400.

Teacher: Eh... [pause]

Student 13m: That's 0.075.

Teacher: Yeah, hey, that's something like zero comma, isn't it? And if I then ...

Student 13m: Yes.

Teacher: If I keep doing something with 0 comma? [pause] I'll name something, I keep doing 0.2 times, 0.2 times, 0.2 times. Will it get bigger or smaller? [pause]

Student 13m: Smaller.

Teacher: Yes. And how did that go with this graph? There it got? That's a rising one, huh?

Student 13m: Um, yes ...

Teacher: So, it doesn't seem to be quite right, surely, with 30 divided by 400? Can anyone help? Can anyone help 13m student? I think something is just not going well for a while.

Episode 15: 12417

The student has turned the first and second y coordinate around. This has led to a value for g_6 of 0.075. However, the students could see the graph and that was clearly increasing. The value of 0.075 must therefore be wrong. The students do not realize this so the teacher tries to explain what the

result would be. He uses 0.2 as an example. Multiplying 0.2 by 0.2 by 0.2 etcetera would go to 0. The students should know that going to zero is the opposite of increasing and therefore the answer 0.075 must be incorrect. The teacher tries the theoretical problem by showing the result and creating a contradiction with the earlier given data. The contradiction here is that a rising graph cannot have a growth factor lower than 1. The teacher then asks another student for the correct solution and he answers correctly as can be seen in Appendix 13 and 14. Student 14m says there: “Shouldn’t you turn it around?”

Reinforcement

Reinforcement is a method used by teacher to compliment, disapprove or reprimand a student’s behaviour. If a student behaves badly, that student might get reprimanded by the teacher. This is an example of a negative reinforcement. If a student answers a question correctly or is studying well, the teacher might give that student a compliment. This is an example of a positive reinforcement. In this part, I will discuss the differences between positive and negative reinforcement and the situations in which they were used.

In the table below, I have made a distinction between the positive and the negative reinforcement situations per teacher. If a context did not occur with a teacher, this has been denoted as N/A.

Table 4: the frequency of reinforcement per teacher per context

Interpretation of context	Frequency	Example
Positive reinforcement for a student who answers a question correctly.	Teacher 1: 26 Teacher 2: 7 Teacher 3: 2	Perfect!
Negative reinforcement for a student who does something against the general school rules.	Teacher 1: N/A Teacher 2: 1 Teacher 3: N/A	No, do not do that!
Negative reinforcement for a student who does something against the classroom rules	Teacher 1: 2 Teacher 2: 2 Teacher 3: N/A	It is stupid to forget your books!
Total	Teacher 1 (4 lessons): 28 episodes Teacher 2 (1 lesson): 10 episodes Teacher 3 (1 lesson): 2 episodes	

The context describes the setting in which the reinforcement was used. In this setting, the general school rules are rules that are the same for any school, like: “do not shout” or “raise your hand if you want to say something”. The classroom rules are rules set by the teacher like: “do a minimum of half the questions of your homework” or “always bring both mathematics books”. The frequency is showing the number of times the reinforcement was used in the corresponding context. The example is an example of a reinforcement-related sentence or exclamation a teacher could say. The examples are made up by me and are not taken from the transcripts.

Negative reinforcement

The first episode I want to discuss is one from the beginning of a lesson, when the teacher is trying to get the class’ attention and the students are still talking and not paying attention.

Teacher: Uh, good morning, sst. Um, ladies and gentlemen, student 1f, very nice that you are there, but we really have a lot of work to do. Eh, the mavo has already been able to see, er, student 2m, I think we are quiet. Then you don't have to ...

Student 3m: Madam!

Teacher: No, if you want to say something, just raise your finger. Student 4m, if you want to say something, just raise your finger.

Student 4m: Yes, yes okay.

Episode 16: 23115

The teacher tells the students to be quiet, by saying “sst”, tells student 2m to be quiet and tells student 3m that he should raise his finger if he wants to say something. The student responds affirmatively and after this, the teacher carried on with her lesson. The reinforcement used is negative, as the student(s) do something that the teacher does not wish to see. She tells the student(s) to not do that and the students know that it is not what is expected of them. This is a very direct way of telling the students that their behaviour is not supposed to happen.

In the following example, we see a less direct way of using reinforcement. Student 6m lets the teacher know he has forgotten to bring another book.

Student 6m: Madam?

Teacher: Yes?

Student 6m: I have, um, this book with me, but I have forgotten that book that contains everything.

Teacher: Oh, nice and smart. Then you grab your laptop. Open Magister, eh, Getal and Ruimte on your laptop and then you will find the book at e-books. I'd like to get started, so um, let's get to the right page. I have the exercises of VWO this time, eh, I have conjured up. I think: "That's nice too".

Episode 17: 23115

The student is told that that is “nice and smart”. Of course, the teacher does not mean it in that way. The teacher uses sarcasm. Indirectly, the teacher is telling him off because he has forgotten to bring his book. The teacher immediately solves his problem by telling him where he can find a PDF of the book on his laptop. Depending on the level of the student, sarcasm might be an effective way of telling the student off. The fact that the student gets help is a good way to solve the problem and the student will possibly not have any hard feelings after this.

The last episode is from a different teacher. In the part before this episode, the student failed to answer the relatively basic questions about growth factors asked by the teacher.

Teacher: Exactly. That's about 35 per year. Do you remember the rule, student 2m? How many decimals do we round percentages to, if nothing else is stated? Do you remember that?

Student 2m: Uh, on one? One decimal?

Teacher: Yes, that's right. One decimal, all right. Okay, well, then we've solved it. Take a good look, Student 2m. It's important to convert growth factors from one time unit to another, huh? From a week to a day or from a year to a month or now from 3 years to 1 year. Or vice versa, from 1 year to 3 years. You have to be able to calculate with that. Otherwise, you have to take a good look at that again, Student 2m. Are you going to do that?

Student 2m: Yeah.

Episode 18: 33116

In this episode, the teacher asks the student if he is going to properly study that, as it is very important in for the test. The student says “yeah”, but from the way he says this, he does not seem very motivated to do so. Also, the teacher does not go any further than this and continues with his lesson. This lesson was very close to the resit opportunity they had and the fact that this student does not know how to answer this basic question, could be quite problematic. I think this was not the best use of reinforcement, as it seemingly had barely any effect on the student. A possibly better way of reinforcing would be describing the dangers of not knowing the basis of the topics, for example failing the resit. I think this might have been a better option for this situation.

Positive reinforcement

There are quite some examples of positive reinforcement to be found in the observations. The first example is a situation where the students have to find out whether a given exponential function is increasing or decreasing. In another lesson, I had observed that the students were having quite a bit of trouble with this question. The step from 0.35^t to $1 - 0.35^t$ was quite problematic, as the function switches from ‘decreasing’ to ‘increasing’.

Student 10m: Then it decreases 0.35^t .

Teacher: Then it decreases. Very good, it is heading towards 0, huh? We have just actually seen that in the previous sum, yes. It decreases. Hey, and what's the next step to write down then?

Student 10m: Eh, then $1 - 0.35^t$, eh, increases.

Teacher: Right. 1 minus something that decreases, increases. And then?

Student 10m: Um, that $650 * (1 - 0.35^t)$ also increases.

Teacher: Yes, it will of course also increase. Well, great. Very good, man. Let's see. Always have a look. Reason by whether they are rising or falling, so I always start... or I always end with a conclusion. Well, what should I write down now? So...?

Student 10m: So, the graph is increasing?

Teacher: Great. Yes, is increasing. Well, beautiful.

Episode 19: 12417

In the episode, the last thing the teacher says is: “Great, [..]. Well, beautiful”. From this one can conclude that the teacher did not expect the question to be answered perfectly, as the teacher’s reaction is much more positive than in the other episodes. The teacher was possibly expecting having to explain this, as he did so in the other lesson. The positive reinforcement is not only the “great” and “beautiful” from the last sentence, but also before that, the teacher says: “Well, great. Very good, man.”. The student has given a perfect answer to the teacher’s question and deserves the teacher’s praise. This is good use of positive reinforcement.

The next episode is about the moment where students needed to find two linear relationships in the text given before an exercise. In another lesson, the students were struggling to find the second, but also the first one was not easy for them. The relationships are

$$6x + 8y = 1764 \text{ and } x + y = 250$$

Teacher: Yes, actually. A relationship between x and y . Then you can also say: that is a formula with x and y . Yes, indeed. And which two can you make of this. Do you have one?

Student 12f: I had, um, $6x + 8y$ is 1764.

Teacher: Oh, how good. $6x + 8y$, hey, children pay 6, well, and children we called x , adults 8 euros, we called them y . That can of course be the other way around, but I have to determine it in advance. And then you know that together it yields 1764 euros. But now I have to make one more. And usually, yes, you always have to make two, to be able to solve this question eventually at b . But the second one, it is a bit more hidden, maybe.

[Pause]

Teacher: Let's see. Hey, 13m student, do you have any idea what the next connection is? Or the second formula?

Student 13m: Yes, it is about people?

Teacher: Yes, exactly!

Episode 20: 11210

Student 12f gives the first relationship right away and the teacher reacts surprisedly with “Oh, how good”, which is a form of positive reinforcement. Then, the teacher explains why that indeed is a relationship. For the second relationship, no student responded and the teacher designated student 13m to answer the question. This student asks whether this is about people and the teacher excitedly says: “Yes, exactly!”. The positive reinforcement given could possibly have boosted the student’s confidence. This is a good use of positive reinforcement, as the student might dare to be surer when he gives an answer the next time.

In the last episode the teacher discusses an answer given by a student that was perfectly in line with what the answer book had written down as well. This had probably happened before already, as the teacher describes something in the past tense.

Teacher: Yes, then indeed a decimal number comes out, because $\sqrt{15}$ is obviously not a nice number at all, is it? Which we can easily find. Very well found. Yes. Hey, I said you can write the answer book like that, but you really are, Student 48f.

Student 48f: What?

Teacher: You can write the answer book like this. It says exactly the same with me.

Student 49f: Oh, really?

Teacher: Yes.

Student 49f: Yes!

Episode 21: 23115

The student acts surprised and says: “Really?”. After confirmation by the teacher, the student exclaims: “Yes!”. This is a very nice example of positive reinforcement, since the student exclaimed her happiness and also celebrated a little. This can be seen on the recordings. The student’s emotion really shifted to very excited when the teacher gave her this compliment.

Discussion

The different ways of teaching can be distinguished into a number of characteristics. In this paper I focussed on the questions the teachers ask, the reinforcement they use on the students and the discussion of theory. I have selected those topics because those were the most interesting to me, I had found some interesting literature on these and because there was not enough time left to focus on other characteristics. This might be interesting to be investigated in future research, on which I will elaborate in the section ‘Conclusion’.

Questioning

To summarize the results from my data analysis, open-ended questions, questions that can have any answer, are used more often when the teacher is asking for an approach, for example when a teacher asks: “Student 4m, how did you do this exercise?”. Closed-ended questions, questions that have only a few answer options, are used more often when the teacher is looking for the next step or for a basic theoretical question, such as: “what is the general formula for an exponential function?” When I looked at the pace of the lesson, I noticed that it changes when an open-question is asked; the lesson slows down, for example, the teacher might take more time to discuss the answer given by the student.

In 2017, Bieg wrote about this, that students’ emotions are more negative when the pace of instruction is higher. This would indirectly mean that students might be less satisfied if a teacher asks a lot of closed-ended questions since that means the average pace of the lesson is higher. This might be interesting to investigate in future research.

Both types of questions (open- and closed-ended) came up fairly evenly in my observations and both questions were used to test the student’s knowledge, albeit that the answer to the open-ended questions was generally broader. I noticed that an open-ended question was sometimes followed up by a closed-ended question and the other way around. I think these follow up questions were used to help the student answer the question or simplify the question for the student. This could happen when the next step would be to make a calculation; for example, in the equation

$$1118 = b * 1.1026^3,$$

a student might not understand he or she should divide by 1.1026^3 . The teacher could say: “what do you actually do when you solve $3x = 6$?”. This might help the student such that he or she realizes that the next step is to divide.

If I compare this with the literature that I found, I did notice some cases of ‘funnelling’ as it is described by Wood, 1998 and Jaworski and Didis, 2014. Funnelling is concerned with helping the student answer a question correctly, without the student understanding why that is the correct answer. The funnelling thus led to the student giving the right answer, but did not necessarily make sure that the student understood because in the process the teacher made the work for the student. I did not test the students’ understanding and I do not know any average grades of these students, so I cannot draw any conclusions on the understanding either.

Introduction versus recap

In the introductory lessons, two methods of explaining were used: elaboration by teacher and student explanation. I found that the student explanation was a way where the teacher asked a student to explain the theory for the rest of the class. In this case, the students were actively working on the theory, since the students had to think about how the theory was explained and how they would rephrase that into their own words. When using the elaboration by teacher the students did not participate much and tried to follow the teacher’s story. The students were passively working on the theory. For example, if a teacher explained a topic, say finding the saturation level of a function (more or less the limit of a function), the students were not necessarily thinking about the topic. It was up to the students whether they were paying attention and storing the information. For the recap lessons, the teacher tried to test the theory by asking questions. In these lessons, the students only discussed the theory if it came up in the question. Even then, the theory was only discussed if a student answered a question wrongly. If a question was answered correctly by a student, the teacher did not explain the theory. For example, in one of the observations, it happened that a student gave the perfect answer to a question; Student 10 said correctly that

$$1 - 0,35^t$$

increases. In another lesson, none of the students answered the same question correctly, because all the students assumed it would still be decreasing, as one might expect in the case of

$$0,35^t - 1$$

In that other lesson, the teacher spent some time explaining why that was in fact increasing. However, in the first lesson, the correct answer was given and the teacher did not at all discuss that step, apart from saying that: “1 minus something that decreases, increases”. This whole step might have been logical to the student that gave the answer, but that does not need to be the case for the other students in the class. One could even think that most of the other students had the question wrong, as that was the case in the other lesson with students of the same level and age. The paper by León, Núñez and Liew, 2014, focused on the topic of motivation. The researchers stated that based on their data, autonomy, the situation where students can display their own ideas and opinions, predicted motivation, which is the willingness to spend time on a subject. At the same time motivation predicted both effort regulation, the persistence students have to continue working on the topic when that topic is hard or dull, and deep-processing, the ability to link new knowledge to old knowledge. Their conclusion was that educators who create classroom environments that support students’ autonomy and autonomous motivation provide students with opportunities for deep processing and mastery learning, which is the situation where students get to a certain level before continuing. This could suggest that the approach of teacher 2 in my observations may have been beneficial for students; the teacher let the students explain the theory and, in this way, gave them autonomy to express themselves mathematically, which, as described, had other positive effects. The active attitude of students contributing with explanations of the mathematics used could possibly be a very useful addition to discussing theory. This could be investigated in future research.

Reinforcement

I think that reinforcement, both positive and negative are good ways to transfer a message to a student or to a group of students. It can also be used to motivate students. Negative reinforcement can be and is often used to reprimand a person or people if they are not behaving or not obeying the rules. In my observations, the students only needed a little hint to change their behaviour, like: “No, that is not how we behave ourselves.” Stricter reinforcement might have been needed in some cases, for example when a student was completely misbehaving, but it is often hard to tell how strict one has to be when reinforcing.

Positive reinforcement is used to give a compliment to a student, when, for example, he or she is doing a good job. I think that positive reinforcement was always understood by students in my observations, but some students might respond in a more extreme way than others. An extremer way could be an exclamation, like the student screaming “YES” on the top of her lungs, when she was given a compliment. The extreme reaction is never a negative one.

Positive reinforcement is a way to make the student feel valued and to let him or her know he or she is doing a good job. In teacher-centred lessons, something that is not always the case, as indicated in the paper by Yıldırım and Yıldırım (2019), the positive reinforcement is important as it is a way for students to feel valued. The students are not able to influence the way they are taught, making it harder for teachers to motivate them. The researchers also wrote that in different places around the world, the opinion on the function of the teacher might differ. The general opinion in some countries is that the teacher is an instructor, whereas other countries see the teacher as a facilitator.

In the paper by León, Núñez and Liew (2014), the researchers stated that autonomy predicted motivation and that motivation predicted effort regulation and deep-processing. If I look at positive and negative reinforcement it might be the case that the positive reinforcement, which is a kind of extrinsic motivation, has the same effect and it possibly boosts the confidence of the students. Also, in the paper by Rayeh and Shaharabani (2019), the researchers wrote that the participants of their study supported that a good teacher has, among other characteristics, patience and tolerance. From this, one could conclude that a teacher that gives positive feedback would be considered a more caring teacher. This conclusion could be investigated in future research, after which the statement can be proved or disproved.

This could suggest that the approach of teacher 2 in my observations may have been beneficial for students; the teacher that let the students explain the theory and, in this way, gave them autonomy to express themselves mathematically, which, as described, had other positive effects. The active attitude of students contributing with explanations of the mathematics used could possibly be a very useful addition to discussing theory. This could be investigated in future research.

Conclusions

The research was completed in six months, out of which only a few weeks were used for the recordings of five hours of lessons. This had multiple causes, most importantly the influence of the corona crisis and more importantly the measures that existed because of it. I have made a total of 6 observations, out of which one was completely online and one was completely in physical presence. The other four were in a hybrid form, with both students online and students physically attending the lesson. I would have liked to observe more lessons and broaden my research, however, the corona measures limited my options. Besides this, all my data came from my own recordings. Those recordings and the transcriptions can be flawed, since not all of the students’ voices were clearly audible. From context, a lot could be deciphered, but especially for the students that were attending the class online it was sometimes quite a challenge to find out what they were saying exactly. In the transcripts, I selected the episodes that were most interesting regarding the ways of teaching I focused on and I did not discuss all of the transcripts. I have chosen to do so, since I had more than 100 episodes to choose from. It might be the case that I have missed episodes that could be

interesting to someone else or that an episode contained more information than I described. In Table 5, the total number of episodes found per teacher are presented.

Table 5: Total number of episodes found per teacher per way of teaching

	Teacher 1	Teacher 2	Teacher 3	Total
Questioning	54 episodes	13 episodes	3 episodes	70 episodes
Explanation of theory	20 episodes	5 episodes	3 episodes	28 episodes
Reinforcement	28 episodes	10 episodes	2 episodes	40 episodes
Total	102 episodes	28 episodes	8 episodes	138 episodes

In Table 5, teachers 1 and 2 asked many questions compared to teacher 3, and teacher 2 provided students with different kinds or reinforcement. The questions that came up most for teacher 1 and 2 were questions like: “what is the next step in solving this exercise?” in any way of phrasing. Teacher 2 also provided reinforcement in both ways. For positive reinforcement, the teacher told students things like: “very good” or “good job”, but this teacher also said things like: “Stop doing that!”, which is negative reinforcement. The frequencies of Table 5 would have allowed me to identify ways of teaching that repeatedly happened per teacher and create portraits of their teaching. However, I only observed one lesson by teachers 2 and 3 as opposed to four lessons by teacher 1. It might have occurred that teachers 2 and 3 had a certain way of teaching in these lessons that they would not appear in other lessons. This is the reason I did not create portraits of teaching. This could be done if I had observed more lessons from the teachers. Now I had only one teacher where I observed various lessons, but because this is only a single teacher, I had no point of reference. This could be an interesting research project for the future.

For further research, this research could be repeated or extended by investigating other ways of teaching. To extend this research, researchers could observe more lessons from teachers to fully describe ways of teaching that repeatedly happen per teacher and to create a portrait of their teaching. Another possibility for future research is to conduct the same research, but wait until all of the corona measures at high schools are lifted. Since some of the students and sometimes even the whole lesson was online, my results might differ from a situation of teaching with physical presence. It could be interesting to see what the differences in the ways of teaching with physical presence would be.

Bibliography

- Bieg, M., Goetz, T., Sticca, F., Brunner, E., Becker, E., Morger, V., & Hubbard, K. (2017). Teaching methods and their impact on students’ emotions in mathematics: an experience-sampling approach. *ZDM Mathematics Education*, 49(3), 411-422. doi:10.1007/s11858-017-0840-1
- Jaworski, B., & Didiş Kabar, M. G. (2014). RELATING STUDENT MEANING-MAKING IN MATHEMATICS TO THE AIMS FOR AND DESIGN OF TEACHING IN SMALL GROUP TUTORIALS AT UNIVERSITY LEVEL. *RELATING STUDENT MEANING-MAKING IN MATHEMATICS TO THE AIMS FOR AND DESIGN OF TEACHING IN SMALL GROUP TUTORIALS AT UNIVERSITY LEVEL* (p. 8). Vancouver: PME.
- Kaur, B. (2017). Impact of the course teaching and learning of mathematics on preservice grades 7 and 8 mathematics teachers in Singapore. *ZDM*, 49(2), 265-278. doi:https://doi-org.proxy-ub.rug.nl/10.1007/s11858-016-0830-8

- Léon, J., Núñez, J. L., & Liew, J. (2015). Self-determination and STEM education: Effects of autonomy, motivation, and self-regulated learning on high school math achievement. *Learning and Individual Differences*(43), 156-163. doi:<https://doi.org/10.1016/j.lindif.2015.08.017>
- Lim, W., Lee, J.-E., Tyson, K., Kim, H.-J., & Kim, J. (2020). An Integral Part of Facilitating Mathematical Discussions: Follow-up Questioning. *International Journal of Science and Mathematics Education, 18*(2), 377-398. doi:<https://doi-org.proxy-ub.rug.nl/10.1007/s10763-019-09966-3>
- Raveh, I., & Shaharabani, Y. F. (2019). Experienced engineers becoming mathematics teachers: preliminary perceptions of mathematics teaching. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 50*(8), 1223-1240. doi:[10.1080/0020739X.2019.1626501](https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1626501)
- Wood, T. (1998). *Alternative Patterns of Communication in Mathematics Classes: Funneling or Focussing?* West Lafayette, Indiana: National Council of Teachers of Mathematics.
- Yıldırım , S., & Yıldırım, H. H. (2019). Conceptions of Turkish mathematics teachers about the effectiveness of classroom teaching. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 50*(8), 1152-1165. doi:[10.1080/0020739X.2019.1579929](https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1579929)

Appendices

Appendix 1: Consent form in Dutch

PRIVACYBELEID MASTERONDERZOEK 'FUNCTIES'

Beste docent,

Het doel van deze vragenlijst is het onderzoeken van de manieren van lesgeven over het onderwerp "functies". Het invullen van de vragen op de volgende pagina's zal ongeveer 20 minuten duren.

Alle informatie die door middel van dit onderzoek wordt verkregen, is strikt vertrouwelijk.

De resultaten van dit onderzoek kunnen worden gebruikt in onderzoeken, presentaties en publicaties, maar kunnen niet naar u herleid worden. Om de vertrouwelijkheid van uw gegevens te garanderen, zal er een identificatienummer worden gekoppeld aan al uw bijdragen en uw naam zal niet worden gebruikt. Er zal geen identificerende informatie verschijnen op de data (enquête, interview of andere bijdragen) of in de masterscriptie.

Deelname is vrijwillig en u kunt op ieder moment stoppen met participeren. Uw keuze tot het wel of niet deelnemen zal uw relatie met uw school, uw collega's of uw leerlingen NIET beïnvloeden. Dit onderzoek is op geen enkele manier verbonden aan een evaluatie van uw vaardigheden als docent. Informatie over individuen zal niet worden prijsgegeven aan uw school, uw collega's of uw leerlingen.

De digitale, geanonimiseerde data zal worden opgeslagen in een beschermde omgeving die toegankelijk zal worden gemaakt voor de andere onderzoekers voor verder onderzoek.

Er zijn voordelen verbonden aan de mogelijkheid van het delen van uw ervaringen als docent. Uw deelname kan de gemeenschap ten goede komen, omdat uw ervaringen belangrijke veranderingen teweeg kunnen brengen in de manier van lesgeven over sommige wiskundige onderwerpen.

Ik heb bovenstaande informatie gelezen en ga akkoord. Graag een handtekening hieronder:

Zet een kruisje in de juiste kolom:

	JA	NEE
Ik geef toestemming dat ik word geïnterviewd/geëncquêteerd.	_____	_____
Ik geef toestemming voor observatie van mijn lessen.	_____	_____
Ik geef toestemming dat mijn les wordt opgenomen, zowel auditief als visueel.	_____	_____

Naam: _____

Datum: _____

Appendix 2: Consent form in English

TEACHER INFORMED CONSENT FORM

Dear teacher,

The purpose of this research study is to investigate the different ways of teaching on the topic of functions. Answering the questions on the next pages will take approximately 20 minutes.

All information obtained in this study is strictly confidential.

The results of the study may be used in reports, presentations, and publications, but the researchers will not identify you. In order to maintain confidentiality of your records, an identification number will be assigned to all of your research artifacts and your name will not be used. No identifying information will appear on data (survey, interview, or other artifacts) or on the master’s thesis.

Participation is voluntary and you may withdraw at any time. Your decision to participate or not will NOT affect your relationship with your school, your colleagues, or your students in any way. This study is in no way connected to an evaluation of your abilities as a teacher. Information about individuals will not be disclosed to your school, your colleagues or your students.

The digital, de-identified data will be stored in a secure environment that will be made available to the other researchers for further study.

There are benefits related to the opportunity of discussing your experiences as teachers. Your participation benefits the larger community because your experiences may bring important changes in how some mathematical topics are taught at schools.

I have read and accepted the information given above. Please sign below:

Please sign under the proper column:

	YES	NO
I agree to be interviewed.	_____	_____
I agree my interview to be audio recorded.	_____	_____
I agree my lesson to be observed.	_____	_____
I agree my lesson to be recorded, both auditory and visually.	_____	_____

Print Name: _____ Date: _____

Appendix 3: Transcript of lesson 11107 in Dutch

start transcribing at 18:50 into the first part of the recording.

Begin van de les is niet uitgetypt. In dit stuk gaat het over stof die niet belangrijk is voor het onderzoek.

(...)

Leraar: En dan moeten we naar hoofdstuk vijf, jongens, en dat is boek twee, dus als je dat er eventjes bij pakt. Doe ik dat ook. Opgave 17, opgave 17. En dat is bladzijde [pauze] bladzijde 20. Dus als je dat even wil opzoeken. Bladzijde 20. Oké, laten we even naar a kijken. Wat vragen ze hier? Ze vragen hier de formule op te stellen, de lineaire formule, want het gaat om een rechte lijn, door deze twee punten. En hoe pak je dat nou aan? Eh, nou, belangrijk onderwerp hè, want hoofdstuk 5 gaat eigenlijk in zijn geheel over lineaire functies. Jullie weten ook dat hoofdstuk 9 over exponentiele functies gaat. Eh, volgende week, zeg maar. Eh, hoe doen we dat ook alweer? Hoe stel ik zo'n vergelijking op? Leerling 1m, hoe begin jij met deze, als ik vraag a wil maken. Stel de formule op van de lijn door de punten A en B.

Vraag 17a: Stel de formule op van de lijn door de punten A(2,3) en B(2,5).

Leerling 1m: Eh, nou dan moet je volgens mij eerst, eh, $5 - 2$ gedeeld door $3 - 2$.

Leraar: Ik wil nog één stapje ervoor doen, Leerling 1m.

Leerling 1m: Oh.

Leraar: $y = ?$

Leerling 1m: Eh, delta y, eh, moet je dat dan doen?

Leraar: Nou, wat is ook al ...

Leerling interrumpeert

Leerling 1m: Δy gedeeld door Δx ?

Leraar: Ik wou eigenlijk voor... Wat is de algemene formule ook alweer voor een rechte lijn?

Leerling 1m: $y = ax + b$

Leraar: Ja. En eigenlijk moet je daar gewoon eventjes mee beginnen, dat je zegt van, oké, $y = ax + b$. Dit wordt de lijn. En waarom is dit best wel even belangrijk? Nou, het hoeft niet altijd x en y te zijn, natuurlijk, hè? Het kunnen ook wel eens andere letters zijn. Dus eventjes dit op schrijven, dan vergeet je dat waarschijnlijk niet meer. En dan, leerling 1, op zich wilde je wel het goede doen, volgens mij, hoor. Want wat is nu de eerste stap, leerling 1? Moet ik nu eerst a of b uitrekenen? Volgens mij zei je het al, hoor. $A =$

Leerling 1m: Eh, ja a, de richtingscoëfficiënt toch? En dan...

Leraar: En wat is het formulekje van de richtingscoëfficiënt? Weet je dat nog?

Leerling 1m: Δy delen door Δx .

Leraar: Perfect, Δy gedeeld door Δx . En nu komt eigenlijk de berekening waar jij eigenlijk al een beetje mee begon. Wat is hier delta y?

Leerling 1m: Delta y is $2 -$, nee sorry, $5 - 2$.

Leraar: Eh, even kijken.

Leerling 1m: Of wel $2 - 5$?

Leraar: Nou, hoe zit het ook alweer met die coördinaten? (2,3), welke van de twee...

Leerling interrumpeert.

Leerling 1m: Oh, sorry, $3 - 2$ sorry.

Leraar: Dat is hem he, want de eerste is de x en de tweede is de y, he? Maar je herstelt je even. Delta y is, eh, jij zegt $3 - 2$.

Leerling 1m: Ja

Leraar: Prima. Als je dat doet, $3 - 2$, wat is dan delta x?

Leerling 1m: $2 - 5$.

Leraar: Perfect. Had je ook, leerling 1m, een vraagje, had je ook op zich 2-3 mogen doen bij y?

Leerling 1m: Eh, ja.

Leraar: Maar dan had je

Leerling interrumpeert.

Leerling 1m: Toch?

Leraar: Ja, dat mag zeker, maar dan had je beneden moeten opschrijven?

Leerling 1m: $5 - 2$.

Leraar: Ja, dan doe je het gewoon net andersom. Dat maakt echt niet uit. Dus in dit geval komt hieruit: $1, 3 - 2$ gedeeld door -3 . Eh, maak hier niet van 0,33 of $-0,33$, jongens. Gewoon de breuk laten staan. Oké? Eh, als ik wil mag ik hier nog wel zo $-\frac{1}{3}$ van maken. Een probleem is het niet hoor, je mag die min ook best bij die drie laten staan, dat is niet zo erg. Hé, leerling 1m, dank je wel.
Leerling 2m, hoe ga je nu verder?

[Pauze]

Leraar: Hoor je me, leerling 2m?

[Pauze]

Leerling 2m: Je gaat een punt invullen?

Leraar: Ja, precies, dus eh, wat moet ik nu opschrijven, zeg het maar. Ik schrijf op, jij vertelt het.

Leerling 2m: Je pakt een punt en je pakt daarvan de, eh, de x vul je dan in en dan ga je kijken of de y eruit komt.

Leraar: Klopt, dus eigenlijk heb je nu dit. Plus die b nog he, die moet ik nog hebben. En jij zegt terecht hoor, dan moet ik een punt invullen. Je moet eigenlijk dit wel eventjes zo opschrijven. Welke zullen we opschrijven, leerling 2m, a of b ? Heb je voorkeur?

Leerling 2m: Nee, hoor.

Leraar: Nee, het maakt hier eigenlijk ook niet zoveel uit he? Als je nou twee punten hebt en je hebt er eentje met breuken en minnen en zo, nou dan pak je natuurlijk wel altijd de makkelijkste. Hé, wat voor berekening krijg je nu, leerling 2m?

[Pauze]

Leraar: Toe maar, leerling 2m, graag? Wat moet ik opschrijven?

Leerling 2m: Uiteindelijk naar die b = en dan krijg je uiteindelijk het antwoord.

Leraar: Ja oké, maar wat moet ik opschrijven? We gaan hem eerst invullen, hè, wat komt er dan te staan?

Leerling 2m: Ik kan heel even de opgave niet meer vinden.

Leraar: Oké, maar je ziet hem voor je op het scherm, denk ik?

Leerling 2m: Ja, dat wel.

Leraar: Nou, wat moet ik nou opschrijven dan? Jij zei, ik ga die (2,3) invullen, dat was jouw voorstel. Wat krijg je dan?

[Pauze]

Leraar: Misschien kan hier iemand helpen, leerling 3f, heb jij een idee? Wat moet ik nou opschrijven?

Leerling 3f: $-\frac{1}{3} * 2 + b = 3$

Leraar: keer 2 + b en dan moet er 3 uitkomen. Perfect. Kun je hem ook afmaken, leerling 3v? Wat wordt dit?

Leerling 3f: $-\frac{2}{6} + b. \frac{2}{3}$.

Leraar: Ja, je herstelt je. Het is $-\frac{2}{3}$. Bij een getal keer een breuk doe je hem alleen keer de teller. Ja, dat klopt hoor. Dus $-\frac{2}{3} + b = 3$ en dan is b gelijk aan?

Leerling 3f: $3\frac{2}{3}$.

Leraar: Perfect. $3 + \frac{2}{3}$, $3\frac{2}{3}$. En dus kan ik zeggen: $y = -\frac{1}{3}x + 3\frac{2}{3}$. Oké, jongens. Hey, ik heb jullie eerder ook wel eens gezegd, dit komt waarschijnlijk ook op het examen. Je moet dus een keer een vergelijking van een rechte lijn opstellen. Meestal zit er dan een verhaaltje omheen, hoor. Dan krijg je niet de punten zoals hier. Maar, eh, daar staat een verhaaltje omheen, daar moet je twee punten uithalen, dan moet je de formule opstellen. Maar probeer dit aan te wennen. Dat je zegt: Oké, ik begin gewoon te zeggen met wat willen ze? Nou dit, $y = ax + b$. Vervolgens reken je eerst de a uit en vervolgens vul je nog een punt in. En op het eind zeg je, nou dit is hem. Ja? Oké. Hey, leerling 2m, eventjes, volgens mij had je het helemaal in het hoofd wat je moest doen, maar kijk even goed of je het ook netjes en volledig hebt opgeschreven. Ja? Oké. Hé, jongens en dan had ik nog eentje...

Leerling interrumpeert

Leerling 2m: Oké.

Leraar: Oké. Had ik nog eentje op de lijst, 65.

[Pauze]

Leraar: Net zo'n verhaaltje, hier heb je het al. Het is ook een iets andere som als zonet hoor. Er staat: Op een camping wordt een barbecue gehouden. Kinderen die betalen 6... Oh ja, ik moet eerst even zeggen welke bladzijde het is. Eh, dit is bladzijde... Ik moet ook even zoeken. Bladzijde 40 hoor ik hier, super. Ja, bladzijde 40 in boek 2. Als je dat er even bij pakt. Dan staat er: Nou, een barbecue wordt gehouden. Kinderen betalen zes euro, volwassenen acht. In totaal brengt dat 1764 euro op. 250 personen doen mee. Stel nou een dat er x kinderen en y volwassenen aan de barbecue meedoen. Hé, wat soms helpt jongens, is dat je gewoon zegt, nou eh, ik pak even mijn merkstift. Dat mag gewoon, die mag je meenemen. Kinderen betalen zes euro, volwassenen acht. De gegevens die highlight ik even. *Leraar highlight in OneNote*. De barbecue brengt in totaal 1764 op, hé, er doen 250 personen mee. Nou, hier moet ik het wel zo'n beetje mee doen. Nou nee, er staat nog: noem nou eens het aantal kinderen x en het aantal volwassenen y . Ja, dat moet je even afspreken, anders dan heeft iedereen het net andersom misschien, hè? Welke twee verbanden bestaan er tussen [pauze] x en y ? Hey, leerling 4m, heb jij een idee? Wat ze daarmee bedoelen ook? "Welke twee verbanden bestaan er?"

Leerling 4m: Ja dat is gewoon de formule toch?

Leraar: Ja, eigenlijk is dat gewoon de formule, helemaal goed. Wat wordt het dan?

Leerling 4m: Ik had 1764...

Leraar: Ja.

Leerling 4m: ...= $250xy$

Leraar: Hm, oke. Even kijken hoor. X is het aantal kinderen, y is het aantal volwassenen he?

Leerling 4m: Oh ja, nee, dan heb ik het fout.

Leraar: Maar als ik nou tegen jou zeg, we vergeten even die 1764. Ik zeg tegen jou, nou, weet je wat, er doen tien kinderen mee. En twee volwassenen. Die verhouding is een beetje gek misschien. Maar wat levert dat dan op dan? Tien kinderen en twee volwassenen? Wat leveren tien kinderen op?

Leerling 4m: Kinderen leveren 60 euro op.

Leraar: Ja, tien keer die zes.

Leerling 4m: En de volwassenen 16 euro.

Leraar: Ja. [Leraar schrijft iets op] Zo he? En als ik nou zeg, nou ja, zeg het zijn 5 kinderen en 3 volwassenen. Wat levert het dan op?

Leerling 4m: 30 en 24.

Leraar: vijf keer zes en drie keer die acht. Klopt hè? Nou, nu zijn dit maar eventjes voorbeelden, hoor. Maar goed wat gebeurt er dus? Wat levert ieder kind op?

Leerling 4m: Eh, 6 euro.

Leraar: Ja, hé, en kinderen moesten we even x noemen. Dus wat is dan de opbrengst van die kinderen?

Leerling 4m: $6x$

Leraar: $6x$. En wat is de opbrengst van een volwassene?

Leerling 4m: $8y$.

Leraar: Ja. Ik weet dus nog niet wat x en y zijn, daar gaat het eigenlijk een beetje om straks. Maar ik weet wel wat het opbrengt. Hoeveel?

Leerling 4m: 1764

Leraar: Juist. Dit is, zeg maar, het eerste verband.

[Pauze]

Leraar: Dat gaat dus om de opbrengst. Zit er nog een verband in?

Leerling 5f: Ja.

Leraar: Welke?

Leerling 5f: $x + y = 250$

Leraar: Ja, mooi. $X + y = 250$. Dit is het verband wat het meest over het hoofd wordt gezien. Maar je hebt natuurlijk ook nog het totaal aantal kinderen, x , en het totaal aantal volwassen, y . Ja, dat is samen 250 wordt gezegd. Dus dit zijn de beide verbanden. En nu zeggen ze, dit is op zich vraag a, en dan zeggen ze bij b. Onderzoek nou eens hoeveel kinderen aan die barbecue mee doen. Heb jij nou een idee waar we dan, leerling 6m, naar op zoek moeten?

Leerling 6m: Huh, maar dat is toch gewoon 250?

Leraar: Eh, 250 kinderen? Maar dan zijn er 0 volwassenen of niet?

Leerling 6m: Oh, zo.

Leraar: Ja, hè, want...

Leerling gaat verder

Leerling 6m: Oh, nee, dan weet ik het niet.

Leraar: Vraagje aan jou, leerling 6m, als ik nou eerst die onderste, $x + y = 250$ hè? Als ik dat nou zou gaan tekenen, wat voor grafiek zou ik dan gaan krijgen?

Leerling 6m: Eh, lineair?

Leraar: Ja, zeker. Een rechte lijn. Misschien kan ik zelfs wel de formule maken of niet? $Y = ?$ Kun je die maken?

Leerling 6m: Eh, ja, dat weet ik niet.

Leraar: Nou, als ik nou die y alleen wil hebben, die x wil ik hier weg.

[Pauze]

Leraar: Gooi ik x naar de andere kant. Wat wordt het dan?

Leerling 6m: x naar de andere kant?

Leraar: Ja.

Leerling 6m: Eh, ik heb geen idee.

Leraar: Als er nou aan deze kant nou plus x staat en ik gooi hem naar de andere kant, wat wordt het dan aan de andere kant?

Leerling 6m: Oh, $-x$.

Leraar: Eigenlijk dit gewoon, hè, leerling 6m? [Leraar schrijft $y = 250 - x$ op het bord.] Ik maak y vrij. Dat heb ik nu eigenlijk gedaan. Dus $y = 250 - x$. En dat is inderdaad een lineaire formule. Oké, als ik dat nou eens hier ook doe. [Leraar tekent een pijl bij $6x + 8y = 1764$.] Ga ik eventjes hier verder, hoor. Met die $6x + 8y = 1764$. Zouden we daar de y ook vrij kunnen krijgen, zo heet dat? Nou, leerling 6m, $6x + 8y = 1764$.

Leerling 6m: Wat moet ik nu doen?

Leraar: De y vrijmaken.

Leerling 6m: Ja, ik weet niet hoe dat moet.

Leraar: Nou, y vrijmaken, dus ik wil aan de linkerkant alleen de y overhouden, dus die x die moet eigenlijk even weg. Die gooi ik naar de andere kant.

Leerling 6m: Oh, dat moet je die $6x$ rechts min doen.

Leraar: Ja, dus krijg ik 1764...

Leerling 6m: min $6x$.

Leraar: Ja, perfect. Hé, en ik wil graag die y helemaal alleen hebben, dus niet $8y$ maar $1y$.

Leerling 6m: Gedeeld door acht.

Leraar: Ja, perfect. Nou nu zeg ik even wat eruit komt, hoor. 1764 gedeeld door 8 is 220,5. Min, hé, wat is 6 gedeeld door 8, eh leerling 6m?

Leerling 6m: 6 gedeeld door 8, nou, dat weet ik niet.

Deel 2, ander videobestand.

Leraar: Nou, 6 gedeeld door 8. Beiden delen door 2, dan krijg ik 3 gedeeld door 4. Nul komma?

Leerling 6m: drie-vierde.

Leraar: Ja, dat mag ook. Of nul komma?

Leerling 6m: 0,75.

Leraar: Beide is akkoord. Helemaal goed. Nou super, hebben we hem toch nog. Hey dus je ziet ook, jij zei toen ik jou vroeg in het begin, eh, leerling 6m, van wat krijg ik dan? Toen zei je al van dan krijg je twee rechte lijnen. En dat klopt ook. Ik heb namelijk $y = 250 - x$ en ik heb hier $y = 220,5 - 0,75x$. En waar ben ik nou uiteindelijk naar op zoek? En wie het weet, die mag het zeggen.

Leerling 7m: Kruisproduct?

Leraar: Ja, ik wil het snijpunt inderdaad hebben. *Leraar verstaat iets anders dan wat de leerling zei.* We zoeken het snijpunt. En hoe gaan we dat proberen te vinden? Dat mag je gewoon met de?

[Pauze]

Leraar: GR *Grafische Rekenmachine*. Hè, dus je voert y_1 in en y_2 en vervolgens 'calc', 'intersect'. *Knopjes op de GR.* Akkoord? Eh, omwille van de tijd, laat ik je, eh, doen we dat even niet samen nu, want dan halen we het niet. Ik wil namelijk nu graag eventjes naar het volgende kijken, deze extra opgave.

De jaarlijkse elektriciteitsrekening bestaat uit een bedrag per kWh verbruikte elektriciteit en een vast bedrag per aansluiting (het vastrecht). De familie Kühler heeft 3250 kWh verbruikt en moet €679,10 betalen. De familie Kolkman heeft 4426 kWh verbruikt en moet €890,78 betalen.

- Stel de formule op van het bedrag B in euro's bij een verbruik van e kWh.*
- Hoeveel is het vastrecht? Hoeveel is de prijs per kWh?*
- De familie Winkelman moet €803,30 betalen. Hoeveel kWh heeft de familie Winkelman verbruikt?*

[Pauze]

Leraar: Het is nu vijf over negen, dus we hebben nog tien minuten. Ik wil nog graag even met jullie deze som proberen te maken. Dat geldt hier. En hier kan ik even rondlopen. En thuis wil ik straks even graag dat je een foto stuurt in de chat van onze les, van onze vergadering. Maar dat komt zo meteen. Dus de opdracht nu is, ga eens proberen deze som te maken.

[Pauze]

Leraar: Ik laat hem nu even staan en ik kom zo meteen gewoon even bij jullie terug. Dus ga even aan de slag mensen thuis, doen we dat hier ook. En dan eh zo meteen dan, eh, zeg ik wel even wanneer de foto, eh, moet komen. Oké, succes jongens, zet hem op. Hoe zou je nou deze aanpakken, jongens?

[Lange pauze]

Leraar: Misschien, bedenk ik me nu, moet ik er nog één ding bij zeggen. Wat voor soort verband is dit?

[Pauze]

Ook voor thuis hoor. Wat voor soort verband is dit?

[Pauze]

Ze hebben het hier namelijk over een vast bedrag per aansluiting. En ze hebben het over een bedrag per kilowattuur. En als ik dat zie, kan ik eigenlijk uit dat verhaaltje halen dat het hier om een? Weet iemand het?

Leerling 8f: Lineair?

Leraar: Ja, het gaat om een lineair verband. [Leraar schrijft 'lineair verband' op het scherm.] En die twee gegevens, zeg maar, die geven dat aan. Oké, hou ik me nu stil. Probeer hem even te maken, jongens.

[Pauze]

[Leraar loopt rond en benadert de leerling die naast de camera zit]

Leraar tegen een leerling: Heb je een idee?

Leerling 9m: [iets onverstaanbaars]

Leraar: Hé, het is een lineair verband he? Weet je nog met die som van zonet? Hoe begonnen we dan ook alweer? Dat was som 17, weet je nog, met dat eh, met die twee punten. Heb je hem opgeschreven?

Leerling 9m: [iets onverstaanbaars]

Leraar: Dan begon ik altijd met?

Leerling 9m: [iets onverstaanbaars]

Leraar: Hoe zit dat hier?

Leerling 9m: Oh ja, het is gewoon hetzelfde.

Leraar: Eigenlijk wel. Is het ook x en y , trouwens?

Leerling 9m: Ja.

Leraar: Is dat zo? Is dat zo?

Leerling 9m: Volgens mij wel, toch? Die min die.

Leraar: Nou, wat staat er bij a ? Ik moet een formule maken van?

Leerling 9m: Oh ja, een B .

Leraar: Oh, oh, wacht eens even. Dus?

Leerling 9m: B en e ?

Leraar: Juist, ja.

[Leraar loopt rond.]

[Onverstaanbare interacties met verschillende leerlingen.]

[Leraar zit aan het bureau, leerlingen werken in stilte.]

[Leraar loopt weer rond.]

[Onverstaanbare interacties met een leerlingen.]

[Leraar gaat zitten aan het bureau.]

Leraar: Hey, leerling 10m, kom jij eruit thuis?

Leerling 10m: Eh, ja, het lukt wel.

Leraar: Oké. [Bel gaat] Heb je hem gevonden, die formule helemaal?

Leerling 10m: Eh ik heb het eerste gedeelte wel. Eh dat a 0.18 is en dan is b , had ik $679,10 - 585$ en dat is dan de b en daar komt dan uit [pauze] 94,1.

Leraar: Hartstikke goed. 94,1 is goed. Hé jongens, eh, de bel ging hier alweer. Eh, ik wil jullie thuis even vragen dat je nu even een foto maakt met wat je nu hebt. Ook al heb je misschien c of zo, nog niet helemaal af. Eh, dus wil je nu even een foto sturen in deze, eh, he, dat is wel even belangrijk om even te laten dat je het eh, dat je goed hebt meegedaan. Eh, dan wil ik eigenlijk deze som volgende week, beginnen we hier eventjes mee. Dat we deze nog even bekijken of iedereen hem goed had. Ik ben ook wel even benieuwd wat iedereen thuis heeft opgeschreven. Wat eventueel de foutjes zijn, waar we even om moeten denken met z'n allen. Maar dan kan ik dat aan de hand van de foto's wel even zien. Dus wil je nu de foto sturen? Als het echt, echt, echt, echt, echt niet lukt, mag je hem

mailen, maar probeer het even dat je hem via de telefoon zo uploadt ons Team in. Want dat wil eigenlijk best wel heel makkelijk. Dat is de kortste klap. Nou, eh, doe dat nog even. Zodra dat is gelukt, jongens, dan mag je de vergadering, eh, verlaten. Eh, dan zie ik jullie, eh, nou waarschijnlijk, morgen weer dan in mijn les, he? En eh, jullie hier zie ik straks nog weer, volgens mij. Met een iets grotere groep denk ik, want er zijn er ook een paar die eh, doen de herkansing niet. Hé, thuis, succes nog even met de foto en tot ziens. En jullie ook, tot straks.

[Onverstaanbare interactie met leerlingen in klas over de laatste opgave. Einde les.]

Appendix 4: Transcript of lesson 11107 in English

The beginning of the lesson has not been transcribed. That piece is about material that is not important for the research.

(...)

Teacher: And then we have to go to chapter five, guys, and that's Book Two, so if you take that for a second. I do that too. Exercise 17, exercise 17. And that is page...

[Pause]

Teacher: Page 20. So, if you want to look that up. Page 20. Okay, let's take a look at a. What are they asking here? They ask to draw up the formula here, the linear formula, because it is a straight line through these two points. And how do you do that? Um, well, that's an important topic, because Chapter 5 is actually all about linear functions. You also know that Chapter 9 is about exponential functions. Uh, next week, say. Um, how do we do that again? How do I draw up such an equation? Student 1m, how do you start with this one, if I want to make question a. Draw up the formula for the line through points A and B.

Question 17a: Draw up the formula for the line through points A (2,3) and B (2,5).

Student 1m: Uh, well then, I think you should first, um, divide $5 - 2$ by $3 - 2$.

Teacher: I want to take one more step, Student 1m.

Student 1m: Oh.

Teacher: $y = ?$

Student 1m: Eh, delta y , eh, should you do that?

Teacher: Well, what is it ...

[Student interrupts]

Student 1m: Δy divided by Δx ?

Teacher: I actually wanted to... What is the general formula for a straight line again?

Student 1m: $y = ax + b$

Teacher: Yes. And actually, you just have to start with that, saying, okay, $y = ax + b$. This will be the line. And why is this quite as important? Well, it doesn't always have to be x and y , of course, does it? It can also be different letters. So just write this down, then you probably won't forget it. And then, student 1, in itself you wanted to do the right thing, I think. Because what is the first step, student 1? Do I have to calculate a or b first? I think you said it already. $A =$

Student 1m: Eh, yes a , the slope, right? And then...

Teacher: And what is the slope formula? Do you remember that?

Student 1m: Divide delta y by delta x.

Teacher: Perfect, delta y divided by delta x. And now comes the calculation that you actually started with a bit. What is delta y here?

Student 1m: Δy is $2 -$, no sorry, $5 - 2$.

Teacher: Um, let's see.

Student 1m: Or $2 - 5$?

Teacher: Well, what about those coordinates again? (2,3), which of the two ...

[Student interrupts.]

Student 1m: Oh, sorry, $3 - 2$ sorry.

Teacher: That's it, isn't it, because the first is the x and the second is the y, isn't it? But you recover a bit. Delta y is, um, you say $3 - 2$.

Student 1m: Yes

Teacher: Fine. If you do that, $3 - 2$, what is Δx ?

Student 1m: $2 - 5$.

Teacher: Perfect. Did you also, student 1m, a question, could you have done $2 - 3$ at y?

Student 1m: Um, yes.

Teacher: But then you had...

[Student interrupts.]

Student 1m: Right?

Teacher: Yes, you can, but then you should have written down below?

Student 1m: $5 - 2$.

Teacher: Yes, then you just do it the other way around. That really doesn't matter. So, in this case it comes out: $1. 3 - 2$, divided by -3 . Uh, don't make this 0.33 or -0.33 , guys. Just leave the fraction. Okay? Eh, if I want, I can still make this like $-\frac{1}{3}$. It is not a problem, you can also leave that minus with those three, that is not so bad. Hey, student 1m, thank you. Student 2m, how do you proceed?

[Pause]

Teacher: Can you hear me, student 2m?

[Pause]

Student 2m: You are going to fill in a point?

Teacher: Yes, exactly, so uh, what should I write down now, just say it. I write down, you tell.

Student 2m: You take a point and you take the, er, you fill in the x and then you go see if the y comes out.

Teacher: Right, so you actually have this now. Plus that b , right, I still have to have it. And you say rightly so, then I have to fill in a point. You actually have to write this down like this. Which one shall we write down, student 2m, a or b ? Do you prefer?

Student 2m: No, right?

Teacher: No, it doesn't really matter much here, does it? If you have two points and you have one with fractions and minuses and so on, well then of course you always take the easiest one. Hey, what calculation do you get now, student 2m?

[Pause]

Teacher: Go on, student 2m, please? What should I write down?

Student 2m: Eventually to that $b =$ and then you will eventually get the answer.

Teacher: Yeah okay, but what should I write down? We are going to fill it in first, huh, what will it say?

Student 2m: I can no longer find the assignment.

Teacher: Okay, but you can see it on the screen, I guess?

Student 2m: Yes, yes.

Teacher: Well, what am I supposed to write down? You said, I'm going to fill in that (2,3), that was your proposal. What do you get?

[Pause]

Teacher: Maybe someone can help here, student 3f, do you have an idea? What am I supposed to write down?

Student 3f: $-\frac{1}{3} * 2 + b = 3$

Teacher: times 2 + b to get 3. Perfect. Can you finish it too, student 3f? What will this be?

Student 3f: $-\frac{2}{6} + b. \frac{2}{3}.$

Teacher: Yes, you recover. It's $-\frac{2}{3}$. With a number times a fraction, you only do it times the numerator. Yes, that's right. So, $-\frac{2}{3} + b = 3$ and then b is equal to?

Student 3f: $3 \frac{2}{3}$.

Teacher: Perfect. $3 + \frac{2}{3}, 3\frac{2}{3}$. And so, I can say: $y = -\frac{1}{3}x + 3\frac{2}{3}$. Okay, guys. Hey, I have told you before, this is probably also on the exam. So, you have to draw up a straight-line equation once. Usually there is a story around it, you know. Then you will not get the points like here. But, um, there is a story around it, you have to get two points from that, then you have to draw up the formula. But try to get used to this. That you say: Okay, I'm just starting to say: what do they want? Well, this, $y = ax + b$. Then you first calculate the a and then you enter another point. And in the end, you say, well this is him. Yes? Okay. Hey, student 2m, just a minute, I think you had it all in mind what to do, but make sure you have written it down neatly and completely. Yes? Okay. Hey guys and then I had another one ...

[Student interrupts]

Student 2m: Okay.

Teacher: Okay. Did I have one more on the list, 65.

[Pause]

Teacher: Just such a story, here you already have it. It is also a slightly different sum as just now. It says: A barbecue is held on a campsite. Children who pay 6... Oh yes, I must first tell you which page it is. Uh, this is page ... I have to search too. I hear page 40 here, great. Yes, page 40 in book 2. If you take that for a moment. Then it says: Well, a barbecue is being held. Children pay six euros, adults eight. In total, this yields €1,764 euros. 250 people participate. Imagine that x children and y adults participate in the barbecue. Hey, what helps guys sometimes is you just say, well, um, I'll just grab my marker. That is allowed, you can take it with you. Children pay six euros, adults eight. The data I highlight here. *Teacher highlights in OneNote*. The barbecue yields a total of 1764, hey, 250 people participate. Well, I kind of have to do with this. Well, no, it still says: just name the number of children x and the number of adults y. Yes, you have to agree, otherwise everyone might have it the other way around, huh?

Teacher: [...] What two relationships exist between [pause] x and y? Hey, student 4m, do you have an idea? What do they mean by that? "What two connections are there?"

Student 4m: Yes, that's just the formula, right?

Teacher: Yes, actually that's just the formula, all right. Then what will it be?

Student 4m: I had 1764 ...

Teacher: Yes.

Student 4m: ... = $250xy$

Teacher: Hm, okay. Let's see. X is the number of children, y is the number of adults, right?

Student 4m: Oh yes, no, then I'm wrong.

Teacher: But if I say to you, we will forget about 1764 for a moment. I say to you, well, you know what, ten children are joining. And two adults. That relationship is perhaps a bit crazy. But what does that yield then? Ten children and two adults? What are the contributions of ten children?

Student 4m: Children yield 60 euros.

Teacher: Yes, ten times that six.

Student 4m: And the adults 16 euros.

Teacher: Yes. [Teacher is writing the numbers down.] So right? And when I say, well, say it's 5 children and 3 adults. What does it yield?

Student 4m: 30 and 24.

Teacher: five times six and three times that eight. Isn't it right? Well, now these are just a few examples. But what happens then? What does each child contribute?

Student 4m: Eh, 6 euros.

Teacher: Yes, hey, and we just had to name children x . So, what's the proceeds of those kids?

Student 4m: $6x$

Teacher: $6x$. And what is the yield of an adult?

Student 4m: $8y$.

Teacher: Yes. So, I don't know what x and y are yet, that's what it's all about later on. But I do know what it will bring. How much?

Student 4m: 1764

Teacher: Right. This is, say, the first connection.

[Pause]

Teacher: So that's about the yields. Is there another connection in it?

Student 5f: Yes.

Teacher: Which one?

Student 5f: $x + y = 250$

Teacher: Yes, beautiful. $X + y = 250$. This is the most overlooked relationship. But of course, you also have the total number of children, x , and the total number of adults, y . Yes, together that is said to be 250. So, these are the two relationships. And now they say, this is question a in itself, and then

they say at b. Examine how many children participate in that barbecue. Do you have an idea what we should be looking for, student 6m?

Student 6m: Huh, but that's just 250, right?

Teacher: Um, 250 kids? But then there are 0 adults or not?

Student 6m: Oh, so.

Teacher: Yes, huh, because...

[Student continues]

Student 6m: Oh, no, then I don't know.

Teacher: A question for you, student 6m, if I do the bottom one first, $x + y = 250$ huh? If I were to draw that, what kind of graph would I get?

Student 6m: Um, linear?

Teacher: Yes, certainly. A straight line. Maybe I can even make the formula or not? $Y = ?$ Can you make it?

Student 6m: Um, yes, I don't know.

Teacher: Well, if I only want that y , I want that x out of here.

[Pause]

Teacher: I throw x to the other side. Then what will it be?

Student 6m: x to the other side?

Teacher: Yes.

Student 6m: Um, I have no idea.

Teacher: If it says plus x on this side and I throw it to the other side, what will it be on the other side?

Student 6m: Oh, $-x$.

Teacher: Actually, just this, huh, student 6m? [Teacher writes $y = 250 - x$ on the board.] I free y . I actually did. So, $y = 250 - x$. And that is indeed a linear formula. Okay, if I do that here too. [Teacher draws an arrow at $6x + 8y = 1764$.] Let me continue here for a moment. With that $6x + 8y = 1764$. Could we also get the y free there, that's what it's called? Well, student 6m, $6x + 8y = 1764$.

Student 6m: What should I do now?

Teacher: Free the y .

Student 6m: Yes, I don't know how.

Teacher: Well, free y , so I only want to keep the y on the left, so that x should actually go away. I throw it to the other side.

Student 6m: Oh, you have to do that 6 times to the right minus.

Teacher: Yes, so I get 1764 ...

Student 6m: minus $6x$.

Teacher: Yes, perfect. Hey, and I would like to have that y all alone, so not $8y$ but $1y$.

Student 6m: Divided by eight.

Teacher: Yes, perfect. Well now I say what comes out, you know. 1764 divided by 8 is 220.5. Min, hey, what's 6 divided by 8, er student 6m?

Student 6m: 6 divided by 8, well, I don't know.

[Part 2, the other video file.]

Teacher: Well, 6 divided by 8. Both divide by 2, I get 3 divided by 4. Zero point?

Student 6m: three-fourths.

Teacher: Yes, for example. Or zero point?

Student 6m: 0.75.

Teacher: Both are fine. Entirely right. Well great, we still have it. Hey so you see, you said when I asked you in the beginning, er, student 6m, what do I get? Then you said you will get two straight lines. And that's right. I have $y = 250 - x$ and here I have $y = 220.5 - 0.75x$. And what am I ultimately looking for? And who knows, he can say it.

Student 7m: Cross product?

Teacher: Yes, I do want the intersection point. [Teacher understands something different from what the student said.] We look for the intersection. And how are we going to try to find that? You can just do that with the?

[Pause]

Teacher: GR. [Graphical Calculator]. Hey, so you enter y_1 and y_2 and then "calc", "intersect". [Buttons on the GR.] Agreed? Uh, for the sake of time, I'll let you, um, let's not do that together now, because then we won't make it. I would now like to take a look at the following, this extra assignment.

The annual electricity bill consists of an amount per kWh of electricity consumed and a fixed amount per connection (the standing charge). The Kühler family has consumed 3,250 kWh and has to pay € 679.10. The Kolkman family has consumed 4426 kWh and has to pay € 890.78.

- a) Draw up the formula for the amount B in euros for a consumption of e kWh.
- b) How much is the standing charge? How much is the price per kWh?
- c) The Winkelman family must pay € 803.30. How many kWh did the Winkelman family use?

[Pause]

Teacher: It is now five past nine, so we still have ten minutes. I would like to try to make this sum with you. That applies here. And here I can walk around for a while. And at home I would like you to send a photo in the chat of our lesson, of our meeting. But that will come in a moment. So, the assignment now is, try to make this sum.

[Pause]

Teacher: I'll leave it standing for now and I'll just come back to you in a minute. So, get started people at home, we do that here too. And then eh in a minute, eh, I'll tell you when the photo, eh, should come. Okay, good luck guys, put it on. How would you handle these guys?

[Long pause]

Teacher: Maybe, I think now, I should say one more thing. What kind of connection is this?

[Pause]

Also for at home. What kind of connection is this?

[Pause]

They are talking about a fixed amount per connection. And they are talking about an amount per kilowatt hour. And when I see that, can I actually tell from that story that this is one? Does anybody know?

Student 8f: Linear?

Teacher: Yes, it is a linear relationship. [Teacher writes "linear relationship" on the screen.] And those two data, say, they indicate that. Okay, now I shut up. Try to fix it, guys.

[Pause]

[Teacher walks around and approaches the student sitting next to the camera.]

Teacher to a student: Do you have an idea?

Student 9m: [something inaudible]

Teacher: Hey, it's a linear relationship isn't it? Do you remember with that sum of just now? How did we start again? That was sum 17, remember, with that eh, with those two points. Did you write it down?

Student 9m: [something inaudible]

Teacher: Then I always started with?

Student 9m: [something inaudible]

Teacher: How about that here?

Student 9m: Oh yeah, it's just the same.

Teacher: Actually. Is it x and y too, by the way?

Student 9m: Yes.

Teacher: Is that so? Is that right?

Student 9m: I think so, right? That minus that.

Teacher: Well, what's with a ? I have to make a formula of?

Student 9m: Oh yes, B .

Teacher: Oh, oh, wait a minute. So?

Student 9m: B and e ?

Teacher: Right, yes.

[Teacher walks around.]

[Inaudible interactions with multiple students.]

[Teacher sits at the desk; students work in silence.]

[Teacher walks around again.]

[Inaudible interactions with a student.]

[Teacher sits down at the desk.]

Teacher: Hey, student 10m, how is it going?

Student 10m: Eh, yes, it works.

Teacher: Okay. [Bell rings] Did you find him, that formula at all?

Student 10m: Um, I do have the first part. Eh that a is 0.18 and then b , I had 679.10 – 585 and that is the b and that comes out on [pause] 94.1.

Teacher: Very good. 94.1 is good. Hey guys, eh, the bell rang again here. Uh, I want to ask you at home to take a picture with what you have now. Even though you may have c or so, not quite finished. Eh, so now you want to send a photo in this, eh, huh, that's just as important to show that you err, that you did well. Uh, I actually want this sum next week, let's start with this. That we have a look at it if everyone got it right. I am also curious what everyone has written down at home. What possible mistakes are, that we all have to think about. But then I can see that from the photos. So, do you want to send the picture now? If it really, really, really, really, really doesn't work, you can email him, but try uploading it over the phone to our Team. Because that is actually quite easy. That is the shortest blow. Well, um, do that for a while. Once that's done, guys, you can, um, leave the meeting. Uh, then I'll see you, uh, well probably, tomorrow in my class again, huh? And um, I'll see you here

again later, I think. With a slightly larger group I think, because there are also a few who, um, do not take the resit. Hey, at home, good luck with the picture and goodbye. And you too, see you later.

[Inaudible interaction with students in class on the final assignment. End of class.]

Appendix 5: Transcript of lesson 11210 in Dutch

Tekst begint op 17:00

Tekst van eerste videobestand

(...)

Opgave: Stel de formule op van de lijn door de punten A(2,3) en B(5,2).

Leraar: Dus laten we eerst kijken naar 17a en dat is wel een hele basic som. Hoe stel ik nou de formule op van een lijn, als twee punten zijn gegeven. En ik heb vanochtend nog het oude tentamen besproken in een andere groep en daar was een oude examensom met een heel verhaal, werd van alles omheen verteld, maar uiteindelijk kreeg je gewoon twee punten en je moest de vergelijking van een lijn opstellen. Oké, hoe begin jij dan? Er wordt gevraagd: “Stel de vergelijking op van een lijn.” Wat moet je dan als eerste doen?

Leerling 1f: Eh, de formule opschrijven, dus $y = ax + b$.

Leraar: Juist, ga eerst eventjes zeggen: ik weet dat het in het algemeen $y = ax + b$ is. Waarom? Ja, soms is het niet $y = ax + b$, maar dan is het bijvoorbeeld $N = at + b$ of zo, hè? Dus doe dat altijd als eerste. Hier staat verder niks bij, dan dan gaan we gewoon uit van x en y , hè? Oké, dan is de volgende vraag, wat moet ik nu als eerste uitrekenen, de a of de b ?

Leerling 2m: De a .

Leraar: De a , altijd de a hè? En hoe reken je die a uit?

Leerling 3f: Δy delen door Δx .

Leraar: Ja, helemaal goed. Δy delen door Δx . Het verschil in y -coördinaten delen door het verschil in x -coördinaten. En eh, nou ik vraag even iemand toch weer thuis. Leerling 4f, hoe heb jij dit gedaan, hoe moet je dit nu verder doen, Δy gedeeld door Δx ?

Leerling 4f: [Zegt iets onverstaanbaars, waarschijnlijk over de correcte aanpak]

Leraar: Ja, dus jij hebt heel duidelijk gezegd, ik doe $3 - 2$ en vervolgens $2 - 5$ voor de x he? Mag het ook eigenlijk gewoon andersom? Had ik ook, ik schrijf hem hier even op, had ik ook $2 - 3$ mogen doen en dan aan de onderkant $5 - 2$?

Leerling 5f: Ja

Leraar: Ja, als ik maar consequent ben, hè? Prima. Wat komt hieruit? Eén, dus eigenlijk komt hier gewoon uit, $-1/3$. Wat schrijf jij dan als volgt op? [Leraar wijst een leerling aan.]

Leerling 6m: Eh, nou $y = -\frac{1}{3}x + b$

Leraar: Ja. Inderdaad, he? Eventjes: ik ben nu zover, ik moet alleen de b nog hebben. De vraag is hoe vind ik altijd, leerling 7f, misschien kun jij dat zeggen. Hoe vind ik altijd nog die laatste b ?

Leerling 7f: Door dat punt, die twee punten te nemen en dan kan je kiezen welke je neemt.

Leraar: Ja. Welke zullen we doen?

Leerling 7f: Ik had (2,3).

Leraar: Ja.

[Pauze]

Leraar: Als nou trouwens, eh, leerling 7f zegt hier: ik heb (2,3) dus gekozen. Kijk als nou één van die twee punten, eh breuken of zo erin zitten, dan pak je die natuurlijk niet, hé?

[Leerling heeft een vraag, steekt hand op]

Leraar: Ja?

Leerling 8m: Als je hem omdraait, dan krijg je toch een positieve $\frac{1}{3}$, zeg maar? Eén derde?

Leraar: Hoe bedoel je?

Leerling 8m: Bij a. Als je zeg maar $2 - 3$ doet en $5 - 2$.

Leraar: Wat is $2 - 3$?

Leerling 8m: Oh nee, sorry, $3 - 2$ en $2 - 5$?

Leraar: Leerling 8m, die vraagt hier even, nog eventjes want anders begrijpen jullie het thuis niet, leerling 8m die vraagt hier, als ik dit nou omdraai eigenlijk he? Krijg ik dan niet plus $\frac{1}{3}$ eruit, he? Dat is eigenlijk wat je zegt? Dan krijgen we $3 - 2 = 1$, $2 - 5 = -3$ dus dat wordt dan $-\frac{1}{3}$. En toen zei ik inderdaad net, ik had hem hier eventjes daar rechtsboven gezet, als ik dat nou net even andersom doe. Ik pak juist deze y-coördinaat, 2 min die 3, he, die zet ik boven. En delta x is dan $5 - 2$, wat komt er dan uit? Nou, even kijken, wat is $2 - 3$?

Leerling 8m: $2 - 3$, dat is -1

Leraar: En wat is $5 - 2$?

Leerling 8m: -3 [pauze] oh nee, sorry. 3.

Leraar: Dat is 3 he? Komt het dan goed?

Leerling 8m: Ja dan komt het goed.

Leraar: Ja alleen hier was 1 gedeeld door -3 , wat gewoon $-\frac{1}{3}$ is en hier krijg ik juist -1 gedeeld door 3 dus dat maakt niet uit, als je maar consequent bent. Als je, zeg maar telkens eh, dit punt min die doet, of andersom. Dan maakt dat echt niet uit.

Leerling 8m: [Mompelt iets onverstaanbaars]

Leraar: Oké, nou moet ik nog even die b hebben. Nou, dat hadden we eigenlijk al een beetje. Leerling 9m, hoe zal ik dit even netjes opschrijven? Zou jij dat kunnen zeggen?

Leerling 9m: Eh, nou, die $\frac{1}{3}$ keer, eh, $2 + b =$, eh, 3

Leraar: Hey, je zei trouwens $\frac{1}{3}$, ik heb een min opgeschreven.

Leerling 9m: Ja, $-\frac{1}{3}$, sorry.

Leraar: Klopt wel, hè, ik was even wat te vlug hoor, sorry. Dus dan krijg ik hier, eh, wat wordt dit? $-\frac{1}{3}$ keer 2?

Leerling 9m: Eh, $-\frac{1}{3}$ keer 2 is dat $-\frac{2}{3}$?

Leraar: Perfect, $+b$ en dan is dat gelijk aan 3. En wat is dan de b ? Kun je die ook nog doen?

Leerling 9m: Eh, 3 delen door $\frac{2}{3}$?

[Pauze]

Leerling 9m: Of andersom?

Leraar: Nou, jongens, kunnen jullie hier helpen? Moet ik 3 delen door $\frac{2}{3}$?

Leerling 9m: Nee, zeker?

Leerling 10f: Plus.

Leraar: Ik moet juist? Wat moet ik doen?

Leerling 10f: $3 + \frac{2}{3}$

Leraar: Hé, die $-\frac{2}{3}$ die werk ik weg door aan beide kanten, als je aan die weegschaal terugdenkt van klas 2, door aan beide kanten $\frac{2}{3}$ erbij op te tellen, he? Als er staat $-\frac{2}{3}$ KEER b , ja, dan moet ik delen. Maar nu is het gewoon $+\frac{2}{3}$. Ja? Begrijp je dat?

Leerling 9m: Ja.

Leraar: Nou, hé, we moesten opstellen... stel de formule op van een lijn. Eindig dus altijd weer even met: Dus, wat is die formule nou? Nou, eventjes opschrijven, $\frac{1}{3} + 3\frac{2}{3}$. Wel altijd even mee eindigen, hoor. Dat je hem even opschrijft nog. Nou, jongens, op het tentamen, hij komt weer hoor. Twee punten, vergelijking opstellen, echt waar. En op het examen ook. Durf ik ook wel te zeggen, vragen ze altijd. Nou, dat was 17.

Leerling 11f: Meneer, mag je dan ook, zeg maar, eh, in plaats van $\frac{1}{3}$ een kommagetal daarvan maken?

Leraar: Oh, dat is een goede vraag nog. Wat denken jullie? Mag je van $\frac{1}{3}$ ook... want jij bedoelt dan natuurlijk: mag ik daar $-0,33$ of zo van maken, denk ik?

Leerling 11f: Ja.

Leraar: Wat vinden jullie?

Leerling 12f: Nou, hierbij kun je niet mooi afronden, dus misschien is $\frac{1}{3}$ dan handiger? Maar als je $\frac{2}{10}$ of zo hebt, dan kan het denk ik wel.

Leraar: Oh, wat knap. Goed. Hier wordt gezegd: Nee, het mag niet en dat klopt ook hoor, want $-\frac{1}{3}$ is eigenlijk natuurlijk $-0,333...$ ja, eigenlijk houdt dat nooit op, hè? Als je nou zegt en hier wordt genoemd, ik kom op $\frac{2}{10}$ uit, mag ik daar dan 0.2 van maken? Of mag ik van $\frac{1}{4}$ bijvoorbeeld 0.25 maken? Ja, dat wel! Dus als dat precies is, dan vinden we dat gewoon oké, maar als je moet afronden, dan niet. Dus dan juist eventjes geen afronding maken, maar echt een breuk, eh, houden. Ja, duidelijk?

Leerling 11f: Ja, duidelijk.

Opgave: Op een camping wordt een barbecue gehouden. Kinderen betalen €6,- en volwassenen €8,-. In totaal brengt de barbecue €1764,- op. Aan de barbecue doen 250 personen mee. Stel dat er x kinderen en y volwassenen aan de barbecue meedoen.

- a) *Welke twee verbanden bestaan er tussen x en y?*
- b) *Onderzoek hoeveel kinderen aan de barbecue meedoen.*

Leraar: Hartstikke fijn. Mooi. Gaan we door naar de laatste die ik even had uitgepikt dan. Opgave 65. Die staat ook nog in dit hoofdstuk. En wat staat er? Nou, op een camping wordt een barbecue gehouden. Kinderen die betalen 6 euro en volwassenen 8 euro. In totaal brengt de barbecue 1764 op. Nou doen aan de barbecue 250 personen mee. Stel nou eens dat er x kinderen en y volwassenen aan de barbecue meedoen. Dus, x kinderen en y volwassenen. [Leraar markeert deze gegevens]. Ik weet niet of ik het net al had gezegd, maar je mag gewoon highlighten op tentamens, hè? Gewoon doen, hoor. Bij examens is dat ook één van de eerste tips. Eh, en dan kan ik misschien ook zeggen, nou eh, ik zet dit er gelijk ook even, hè? Kinderen betalen 6 euro, volwassenen betalen 8 euro. Dit wordt nog genoemd, er wordt dat nog genoemd. Nou, ik zal al die gegevens wel moeten gebruiken waarschijnlijk. Welke twee verbanden bestaan er tussen x en y? Maar nou is even mijn eerste vraag: Wat bedoelen ze eigenlijk met een verband?

Leerling 12f: Formule toch?

Leraar: Wat zeg je?

Leerling 12f: Formule toch?

Leraar: Ja, eigenlijk wel. Een verband tussen x en y. Dan kun je ook zeggen: dat is een formule met x en y. Ja, klopt inderdaad. En welke twee kun je hier nou van maken. Heb jij er eentje?

Leerling 12f: Ik had, eh, $6x + 8y$ is die 1764.

Leraar: Oh, wat goed. $6x + 8y$, he, kinderen betalen 6, nou, en kinderen hadden we x genoemd, volwassenen 8 euro, die hadden we y genoemd. Dat kan op zich natuurlijk andersom, maar ik moet

het wel eventjes bepalen van tevoren. En dan weet je, dat het samen 1764 euro oplevert. Maar nou moet ik er nog een maken. En meestal, ja, je moet er altijd twee maken, om deze vraag op te kunnen lossen uiteindelijk bij b. Maar die tweede, die zit wat meer verstopt, misschien.

[Pauze]

Leraar: Even kijken. Hé, leerling 13m, heb jij nog een idee wat het volgende verband is? Of de tweede formule?

Leerling 13m: Ja, dan gaat het over mensen?

Leraar: Ja, precies!

Leerling 13m: Ja, ik zit even, eh, volgens mij moet je dan wat met die 250 doen.

Leraar: Ja, zeker! Ja, wat kun je daar nog, ja, wat kun je daarvan zeggen?

Leerling 13m: [pauze] Eh, ja. Ik weet het eigenlijk niet.

Leraar: Het totaal van alle kinderen en volwassenen is 250. Als ik dat nou tegen je zeg?

Leerling 13m: Ja.

Leraar: Zou je er dan wel iets mee kunnen?

Leerling 13m: Eh, $6x$ of, eh, $+ 8y = 250$?

Leraar: Nee. Nee, want jij zei net, je begon goed, van het gaat nu om die mensen, maar jij pakt die 6 en die 8 er nu ook bij. En die hebben we eigenlijk al staan wat dat gaat over het bedrag, zeg maar. Eh, kan iemand helpen? Leerling 14f, heb jij een idee?

[Pauze]

Leraar: Leerling 14f, hoor je mij?

[Pauze]

Leraar: Leerling 14f hoort me niet. Leerling 15m, heb jij een idee?

Leerling 15m: Eh, niet echt, kwam er ook niet uit.

Leraar: Nou dan vraag ik hier, hier zie ik een hand.

Leraar wijst leerling aan

Leerling 16f: $x + y$

Leerling 17m: is 250

Leraar: Dat is hem. $X + y = 250$. Volgens mij, eh, leerling 13m, jij was het zonet, he? Kijk, het aantal kinderen is x , het aantal volwassenen is y en samen moet dat gewoon 250 zijn. En deze die is vaak wat moeilijker te bedenken. Die andere dat valt iets meer op, ofzo, dat je die moet maken.

Maar deze zit er ook in en dan gaat het inderdaad, leerling 13m, daar had je wel gelijk in, om het aantal. Oké, welke twee verbanden bestaan er? Nou, die hebben we dan. Maar onderzoek nou eens hoeveel aan deze barbecue hebben meegedaan. Nou, kinderen dan. Maar wat doe ik hier nou mee dan. Ik heb twee verbanden. Misschien eerst een andere vraag. Als ik $6x + 8y = 1764$ teken als grafiek. Wat voor soort grafiek levert dit op?

[Pauze]

Leraar: Verband met een x en een y . Of natuurlijk die andere, $x + y = 250$. Heeft iemand een idee, mag thuis ook hoor, wat ik dan voor grafiek krijg? $X + y = 250$. Ik hoor wat.

Leerling 18f: Lineair?

Leraar: Ja, hartstikke goed. Dat is lineair. Beiden. Maar lineair hadden we net gezegd, ik ga even naar boven. [Leraar scrolt op het scherm]. Toen hadden we gezegd: lineair, dat is $ax + b$, he? Maar deze ziet er wat anders uit. Laten we eens naar die onderste kijken. Kan ik deze ook in de vorm $y = ax + b$ krijgen dan?

Leerling 19m: Ja.

Leraar: Leerling 19m, wil je een poging wagen?

[Andere leerling reageert.]

Leerling 20f: Die x naar de rechterkant?

Leraar: Als ik nou die x naar rechts gooi, wordt hier gezegd. Dan houd ik links over: $y =$?

Leerling 20f: $-x + 250$.

Leraar: $-x + 250$. Ja perfect. Of $250 - x$, mag net zo goed. Prima. Zou ik bij deze ook die y vrij kunnen krijgen? [Leraar wijst andere functie aan op het scherm.]

Leerling 20f: Ja, $8y = -6x + \dots$

Leraar: Ja, $8y =$, dan gooi je die $6x$ naar de andere kant, $-6x + 1764$, he, zeg je? En hoe krijg ik dan nog y ?

Leerling 20f: Eh

[Pauze]

Leerling 20f: dan moet je die $-6x$ delen door 8.

Leraar: Ja. Alles delen door. Is het nog zichtbaar hier? Alles delen door 8. Wat krijg je als je $8y$ deelt door 8?

Leerling 20f + 21m: gewoon y

Leraar: Ja daarom delen we juist door 8. En -6 delen door 8?

Leerling 20f: $-0,75$.

Leraar: Ja, of $-\frac{3}{4}$, maar dit mag dus ook, hè? Hadden we net gezegd. En had je die ook nog, 1764 gedeeld door 8?

Leerling 20f: Eh, 220,5. Denk ik.

Leraar: Komma?

Leerling 20f: 5

Leraar: 5. Ja, nou, hartstikke mooi. Eh, zo we hebben nu dus twee formules en ze zijn beiden gewoon lineair, hè? Zo'n vorm van iets keer x + iets keer y is een getal is gewoon ook een rechte lijn. Ik moet hem alleen even omzetten in deze vorm als ik dus de normale lijnformule, hè, die wij eigenlijk vooral kennen, $y = ax + b$, eh, wil krijgen. Ja, je kunt je natuurlijk ook afvragen: waarom doen we nou eigenlijk dit? Waarom hebben we dit nodig? Want ik heb het ook echt nodig om deze vraag op te kunnen lossen. Zet hem in de vorm $y = \dots$

Leerling 20f: [interrumpeert] y_1 en y_2 ?

Leraar: Ja precies, want nu kan ik hem in de rekenmachine zetten. Als ik deze y_1 noem en deze y_2 , ja of andersom en ik zet ze in de GR, dus in de GR invoeren. Nou, $y_1 =$, nou, dat is die formule, hè? En $y_2 =$ dat is die formule. Nou twee lijnen. Wat zoek ik dan nog?

Leerling 20f: 'Intersect'. [Intersect is een knopje op de rekenmachine.]

Leraar: Ja, het snijpunt zoek ik dan nog.

Leerling 22m: Meneer, kun je ook van die met geel is gemarkeerd naar die y_2 . Kan je dan ook zeggen $y = x - 250$?

Leraar: Bij deze, hè, bedoel je?

Leerling 22m: Ja.

Leraar: Eh...

[Pauze]

Leraar: Dan kan ik misschien wel even, leerling 22m, jongens, voor de mensen thuis. Leerling 22m heeft hier een vraag, die zegt: kan ik dit ook nog anders omzetten, eigenlijk hè, deze gele, eh, lijn?

Part 2

Leraar: Dus jij hebt het over deze, $x + y = 250$. Wil je dan de y soms naar rechts gooien? Is dat je plan?

Leerling 22m: Ja, dat is voor mij logischer.

Leraar: Nou, dat kan op zich wel. Als ik nou dat doe, he? Dan blijft die x dus links achter, hè?

Leerling 22m: Ja.

Leraar: X. Die y die gooi je naar rechts, wat wordt het daar rechts dan, die y ?

Leerling 22m: Oh dat wordt dan een $-y$ natuurlijk, ja.

Leraar: Ja dat is hem, he? En die 250 weer naar links, dat wordt dan?

Leerling 23f: -250

[Een leerling zegt iets onverstaanbaars]

Leraar: Nou, ja, op zich wat hier staat is helemaal niks mis mee.

Leerling 24f: Dan moet je alles gedeeld door min doen?

Leraar: Alleen dan, om hem in de rekenmachine te kunnen zetten om hem in de vorm, gewone vorm $y =$ te zetten, moet ik nu zeggen: dan deel ik alles door -1 of ik doe keer het -1 en dan krijg ik alsnog $y =$. Dan krijg ik natuurlijk hier $-x$ en daar... [Leraar noteert $+250$]. En dan heb je toch weer dezelfde. Dus op zich, niks fouts aan, maar het was hier handiger

Leerling 25m: [erdoorheen] Ja, een beetje extra werk

Leraar: Ja eigenlijk wel, het was hier handiger om het links te laten. Nou, je voert ze in, calc., intersect en als het goed is, krijg je dan een antwoord. Nou, jij hebt hem denk ik.

Leerling 26f: Ja, ik had geen rekenmachine, dus ik heb nog niet het antwoord.

Leraar: Heeft iemand hem?

[Pauze]

Leraar: Hebben jullie hem niet jongens?

Leerling 27m: Ik heb 118, maar ik weet niet of het goed is?

Instemmend gemompel door leerlingen

Leraar: 118? Ja, nee, dat is goed hoor. Was je bang dat het niet goed was? Hé, en welke y hoort daarbij? Bij het snijpunt bedoel ik.

Leerling 28m: 132

Leraar: Ja, eigenlijk wist ik dat al. Waarom wist ik het al?

Leerling 28m: Dat zijn de volwassenen.

Leerling 29f: $250 - 118$.

Leraar: Ja, het moet samen 250 zijn. Maar op zich geeft de rekenmachine wel op zich beide natuurlijk. Hé, maar $x = 118, y = 132$. Dan moet ik altijd wel even bedenken: Wat vragen ze nou eigenlijk? Ze vragen: "Hoeveel kinderen deden aan de barbecue mee?" Ja, dan moet ik nu natuurlijk nog even zeggen: Dus er deden?

Leerlingen samen: 118 kinderen mee.

Leraar: 118 kinderen mee. En als ze vragen hoeveel volwassenen deden mee, ja, dan is het 132 volwassenen mee. Ja. Hé, is die een beetje duidelijk, jongens?

Leerling 30f: Is het ongeveer zo'n soort vraag op de toets?

Leraar: Ja, dat kan best. Ja. Ja. Hé, nou heb ik nog even een andere som voor jullie. Want ik heb even de sommen eruit gepikt waarvan ik denk: nou, dat is belangrijk om even te doen. Eh, die formules die jij zei, de exponentiële zeg maar, die komen in hoofdstuk 9. Dat is meer voor volgende week nog even. En nu heb ik hier een som staan, even een extra som. Het is ook al tien over vier trouwens. Maar wil je eens proberen om a, b en c.

Leerling 31m: [erdoorheen] Mag ik dan gaan? [Leerling had dit afgesproken met de docent.]

Leraar: Dan mag jij even gaan, ja. Jij had dat gevraagd. Eh, a, b en c zal alle drie niet lukken, maar wil je allemaal eens proberen jongens, thuis ook en hier, om vraag a nog even te doen. En als het niet meer helemaal lukt, dan gaan we hem volgende week nakijken, maar maak eens een begin van a. Stel een formule op van B in euro's bij een verbruik van e kilowattuur. Wil je dat eens gaan proberen?

Leraar tegen vertrekkende leerling: Nou, dan zie ik je volgende week weer. De herkansing is volgende week vrijdagochtend, les 1 en 2.

Leerling 31m: Les 1 en 2, okay. Ja, prima.

Leraar: Het komt nog in magister. En, eh, je moet je schrift meenemen, dan willen we de huiswerksom zien ook nog. [Lacht]

Leerling 31m: Ja, prima. Dank u wel. [Vertrekt]

Leraar: Hé, hoi, hè!

[Deur slaat dicht]

[Stilte]

Leerling 32f: Is dit een som in het boek of heeft u die zelf bedacht?

Leraar: Uiteindelijk komt die uit het boek.

Leerling 32f: Oh, oké.

[Gemompel door leerlingen.]

[Leraar loopt rond.]

[Leraar heeft onverstaanbare interacties met leerlingen]

Leerling 33f: Moet je nou één formule daarvan maken?

Leraar: Ja, ja. Weet je nog bij die vorige som? Toen vroeg ik, volgens mij, jou van: hoe begin je? Toen zei jij $y = ax + b$. Wat wordt dat dan nu?

Leerling 33f: Ook, $ax + b$.

Leraar: Maar hier staan andere letters, hè?

Leerling 33f: Ja.

[Onverstaanbare interacties]

Leerling 34m: Het gaat hier wel over y toch? $Y = ae + b$?

Leraar: Normaal begin ik met $y = ax + b$, alleen nu moet ik de formule van B maken. Dus dan wordt het niet $y =$, maar?

Leerling 35f: $B =$.

Leerling 34m: Oh, $B = ae + b$.

Leraar: Juist. En eigenlijk moet je dan zo even beginnen, want dan weet je ook hoe het zit met Δx ... Δy moet ik zeggen, gedeeld door Δx , hè? Want dan verandert dat natuurlijk ook.

[Leraar gaat zitten aan bureau, leerlingen overleggen op een onverstaanbare manier]

[Pauze]

Leraar: Ik zie dat het bijna tijd is. Misschien dat we volgende week, eh, nog even deze som moeten bekijken. Maar ik was hier even aan het rondlopen, voor de mensen thuis. Wat er belangrijk is, is dat je zegt: oke, er is een lineaire formule, he, want dat is op zich helder. Maar dat ik niet begin met $y = ax + b$, maar wat zeiden we nou ook alweer jongens? Ik moet beginnen met $B =$?

Leerling 35f: $B = ae + b$.

Leraar: Juist. Niet $y = ax + b$. En dan moet natuurlijk die a en die b weer zien te vinden. Want die zijn op zich, daar gaat het natuurlijk wel om. En toen werd hier gezegd: nou, a is natuurlijk normaal gesproken altijd?

Leerling 36m: Δy .

Leraar: Δy gedeeld door Δx . Maar ja, dat wordt dan hier?

Leerlingen door elkaar: ΔB delen door Δe .

Leraar: Δe , hè? Ja. En dat is goed. Nou, wat ik al zei, we gaan het niet meer helemaal redden, dus we wachten...

Leerling 37m: Welke som is dit in het boek dan?

Leerling 38f: Dit is een cliffhanger.

Leraar: Een cliffhanger, ja.

[Bel gaat]

Leraar: Eh, gemengde opgaven staat het. Ergens achterin.

Leerling 37m: Staan daar antwoorden van op magister?

Leraar: Ja, ja, die kan je daar ook vinden. Maar ik kom er nog wel even op terug hoor, hoe deze moet. Maar goed, dat redden we nu even net niet meer. Hé, thuis allemaal, bedankt voor de aandacht.

[Afsluiting + einde les]

Appendix 6: Transcript of lesson 11210 in English

Text of first video file

(...)

Exercise: Draw up the formula of the line through points A (2,3) and B (5,2).

Teacher: So, let's first look at 17a and that's a very basic sum. How do I draw up the formula of a line, if two points are given? And this morning I discussed the old exam in another group and there was an old exam with a whole story, everything was told around it, but in the end, you just got two points and you had to make the equation of a line. Okay, then how do you start? You are asked, "Make the equation of a line." What should you do first?

Student 1f: Eh, write the formula, so $y = ax + b$.

Teacher: Right, first go and say: I know in general it is $y = ax + b$. Why? Yeah, sometimes it's not $y = ax + b$, but then it's like $N = at + b$ or something, huh? So always do that first. There is nothing else here, then we just assume x and y , huh? Okay, then the next question is, what should I calculate first, the a or the b ?

Student 2m: The a .

Teacher: The a , always the a huh? And how do you calculate that a ?

Student 3f: Divide Δy by Δx .

Teacher: Yes, completely fine. Divide delta y by delta x . Divide the difference in y coordinates by the difference in x coordinates. And eh, well I ask someone home anyway. Student 4f, how did you do this, how should you do this now, Δy divided by Δx ?

Student 4f: [Says something unintelligible, probably about the correct approach]

Teacher: Yes, so you said very clearly, I do $3 - 2$ then $2 - 5$ for the x , right? Can it actually just be the other way around? Should I have, I will write it down here, could I have also done $2 - 3$ and then $5 - 2$ at the bottom?

Student 5f: Yes

Teacher: Yeah, as long as I'm consistent, huh? Fine. What comes out of this? One, so basically just comes out here, $-\frac{1}{3}$. What do you write down as follows? [Teacher designates a student.]

Student 6m: Uh, well $y = -\frac{1}{3}x + b$

Teacher: Yes. Indeed, eh? For a moment, I'm now this far, I just need the b . The question is how do I always think, student 7f, maybe you can say that. How do I always find the last b ?

Student 7f: By taking that point, taking those two points and then you can choose which one to take.

Teacher: Yes. Which one shall we do?

Student 7f: I had (2,3).

Teacher: Yes.

[Pause]

Teacher: By the way, um, student 7f says here: I have therefore chosen (2,3). Look if one of those two points, er fractions or something, are in it, then of course you don't take it, do you?

[Student has a question, raises hand]

Teacher: Yes?

Student 8m: If you turn it around, you get a positive $\frac{1}{3}$, say? A third?

Teacher: What do you mean?

Student 8m: At a. If you do say $2 - 3$ and $5 - 2$.

Teacher: What is $2 - 3$?

Student 8m: Oh no, sorry, $3 - 2$ and $2 - 5$?

Teacher: Student 8m, he asks here, just a little longer because otherwise you will not understand at home, student 8m asking here, if I turn this around, right? I won't get plus $\frac{1}{3}$ out, will I? That is actually what you say? Then we get $3 - 2 = 1$, $2 - 5 = -3$ so that will be $-\frac{1}{3}$. And then indeed I just said, I would have put it here at the top right, if I do it the other way around. I just take this y-coordinate, 2 minus that 3, hey, I put it above. And then Δx is $5 - 2$, what comes out? Well let's see, what's $2 - 3$?

Student 8m: $2 - 3$, that's -1

Teacher: And what is $5 - 2$?

Student 8m: -3 [pause] oh no, sorry. 3.

Teacher: That's 3, right? Will it be okay?

Student 8m: Yes, it will be fine.

Teacher: Yes, only here was 1 divided by -3 , which is just $-\frac{1}{3}$. and here I get exactly -1 divided by 3 so that doesn't matter as long as you are consistent. If you do, say um, this point minus it, or vice versa. Then that really doesn't matter.

Student 8m: [Mumbles something inaudible]

Teacher: Okay, now I just have to have that b. Well, we already had that a little bit. Student 9m, how should I write this down neatly? Could you say that?

Student 9m: Eh, well, that $\frac{1}{3}$ times, eh, $2 + b =$, eh, 3

Teacher: Hey, by the way you said $\frac{1}{3}$, I wrote down a minus.

Student 9m: Yes, $-\frac{1}{3}$, sorry.

Teacher: That's right, eh, I was a bit too fast, sorry. So then here I get, um, what's this going to be? $-\frac{1}{3}$. times 2?

Student 9m: Eh, $-\frac{1}{3}$. times 2 is that $-\frac{2}{3}$?

Teacher: Perfect, $+b$ and then that is equal to 3. And what is the b ? Can you still do that?

Student 9m: Eh, divide 3 by $\frac{2}{3}$?

[Pause]

Student 9m: Or the other way around?

Teacher: Well guys, can you help here? Do I have to divide 3 by $\frac{2}{3}$?

Student 9m: No, then probably?

Student 10f: Plus.

Teacher: I must be correct? What should I do?

Student 10f: $3 + \frac{2}{3}$

Teacher: Hey, that $-2/3$ I work through on both sides, if you think back to that scale from class 2, by adding $2/3$ on both sides, right? If it says $-\frac{2}{3}$ TIMES b , yes then I have to divide. But now it's just $+\frac{2}{3}$. Yes? Do you understand?

Student 9m: Yes.

Teacher: Well, hey, we had to draw up... draw up the formula from a line. So always end with: So, what is that formula? Well, just write it down, $-\frac{1}{3}x + 3\frac{2}{3}$. Always end with it, though. That you just write it down. Well, guys, at the exam, he's coming again. Two points, draw up a formula, really. And on the exam too. I dare to say, they always ask. Well, that was 17.

Student 11f: Sir, can you also, say, um, instead of $\frac{1}{3}$ make a decimal number of it?

Teacher: Oh, that's a good question yet. What do you think? Can you also use $\frac{1}{3}$... because you mean of course: can I make that -0.33 or so, I think?

Student 11f: Yes.

Teacher: What do you think?

Student 12f: Well, you can't round nicely with this, so maybe $\frac{1}{3}$ would be more convenient? But if you have $\frac{2}{10}$ or so I think you can.

Teacher: Oh, how handsome. Good. Here it is said: No, it is not allowed and that is correct, because $-\frac{1}{3}$ is actually -0.333 of course... yes, that never ends, does it? If you say now and are mentioned here, I arrive at $\frac{2}{10}$, can I make it 0.2? Or can I turn $\frac{1}{4}$ into 0.25, for example? Yes, that's true! So, if that's exactly then we're just fine with that, but if you need to round up, then don't. So then just not make a rounding off, but really make a fraction, eh, keep it. Yes, clear?

Student 11f: Yes, clear.

Exercise: A barbecue is being held at a campsite. Children pay € 6 and adults € 8. In total, the barbecue yields € 1,764. 250 people participate in the barbecue. Suppose that x children and y adults participate in the barbecue.

- a) Which two relationships exist between x and y ?
- b) Find out how many children are participating in the barbecue.

Teacher: Very nice. Beautiful. Let's go on to the last one I picked out then. Exercise 65. This is also included in this chapter. And what does it say? Well, a campsite has a barbecue. Children who pay 6 euros and adults 8 euros. In total, the barbecue yields 1764. Well, 250 people participate in the barbecue. Imagine that x children and y adults participate in the barbecue. So, x children and y adults. Teacher marks this data. I don't know if I just said it, but you can just highlight on exams, right? Just do it. This is also one of the first tips for exams. Uh, and then I might also say, well uh, I'll put this right there too, huh? Children pay 6 euros; adults pay 8 euros. This is still being mentioned, it is still being mentioned. Well, I'll probably have to use all that data. What two relationships exist between x and y ? But now my first question is: What do they actually mean by a connection?

Student 12f: Formula, right?

Teacher: What are you saying?

Student 12f: Formula, right?

Teacher: Yes, actually. A relationship between x and y . Then you can also say: that is a formula with x and y . Yes, indeed. And which two can you make of this. Do you have one?

Student 12f: I had, um, $6x + 8y$ is 1764.

Teacher: Oh, how good. $6x + 8y$, hey, children pay 6, well, and children we called x , adults 8 euros, we called them y . That can of course be the other way around, but I have to determine it in advance. And then you know that together it yields 1764 euros. But now I have to make one more. And usually, yes, you always have to make two, to be able to solve this question eventually at b. But the second one, it is a bit more hidden, maybe.

[Pause]

Teacher: Let's see. Hey, 13m student, do you have any idea what the next connection is? Or the second formula?

Student 13m: Yes, it is about people?

Teacher: Yes, exactly!

Student 13m: Yes, I am sitting for a while, uh, I think you should do something with that 250.

Teacher: Yes, for sure! Yes, what can you still do there, yes, what can you say about it?

Student 13m: [pause] Uh, yes. I actually do not know.

Teacher: The total of all children and adults is 250. What if I tell you that?

Student 13m: Yes.

Teacher: Could you do something with it?

Student 13m: Eh, $6x$ or, eh, $+ 8y = 250$?

Teacher: No. No, because you just said, you started well, it is now about those people, but you are now also taking those 6 and 8. And we actually already have it what it is about the amount, say. Um, can anyone help? Student 14f, do you have an idea?

[Pause]

Teacher: Student 14f, can you hear me?

[Pause]

Teacher: Student 14f does not hear me. Student 15m, do you have an idea?

Student 15m: Uh, not really, didn't work out either.

Teacher: Well then, I ask here, here I see a hand.

[Teacher designates student]

Student 16f: $x + y$

Student 17m: is 250

Teacher: That's him. $X + y = 250$. I think, um, student 13m, it was you just now, right? See, the number of children is x , the number of adults is y , and together that just has to be 250. And this one is often a bit more difficult to imagine. The other one that stands out a bit more, or something like that, that you have to make it. But this is also included and then it is indeed, student 13m, you were right about the number. Okay, what two connections are there? Well, we have it then. But now find out how many participated in this barbecue. Well, kids then. But what am I doing with this then? I have two connections. Maybe another question first. If I draw $6x + 8y = 1764$ as a graph. What kind of graph does this yield?

[Pause]

Teacher: Relationship with an x and a y . Or the other one, of course, $x + y = 250$. Does anyone have an idea, you can also say it at home, what kind of graph I get? $X + y = 250$. I hear something.

Student 18f: Linear?

Teacher: Yes, very good. That is linear. Both. But linearly we just said, I'm going up for a moment. [Teacher scrolls on the screen.] Then we said linear, that's $ax + b$, right? But this one looks a bit different. Let's take a look at the bottom one. Can I also get this in the form $y = ax + b$?

Student 19m: Yes.

Teacher: Student 19m, would you like to give it a try?

[Another student responds.]

Student 20f: That x to the right?

Teacher: If I throw that x to the right, it is said here. Then I am left with left: $y = ?$

Student 20f: $-x + 250$.

Teacher: $-x + 250$. Yes, perfect. Or $250 - x$, may as well. Fine. Could I also get that y free with this one? [Teacher indicates another function on the screen.]

Student 20f: Yes, $8y = -6x + \dots$

Teacher: Yes, $8y =$, then you throw that $6x$ to the other side, $-6x + 1764$, huh, you say? And how do I still get y ?

Student 20f: Eh

[Pause]

Student 20f: then you have to divide that $-6x$ by 8.

Teacher: Yes. Divide everything by. Is it still visible here? Divide everything by 8. What do you get if you divide $8y$ by 8?

Student 20f + 21m: just y

Teacher: Yes, that's why we divide by 8. And -6 divide by 8?

Student 20f: -0.75 .

Teacher: Yes, or $-\frac{3}{4}$, but this is also allowed, huh? We just said. And did you also have that, 1764 divided by 8?

Student 20f: Eh, 220.5. I think.

Teacher: Comma?

Student 20f: 5

Teacher: 5. Yes, well, very nice. Uh, so now we have two formulas and they're both just linear, right? Such a form of something times x + something times y is a number is also a straight line. I only have to convert it into this form if I want to get the normal line formula, huh, which we actually mainly know, $y = ax + b$, eh. Yes, you can of course also ask yourself: why are we actually doing this? Why do we need this? Because I really need it to be able to solve this question. Put it in the form $y \dots$

Student 20f: [interrupts] y_1 and y_2 ?

Teacher: Yes exactly, because now I can put it in the calculator. If I call these y_1 and this y_2 , yes or vice versa and I put them in the GR, so enter them in the GR. Well, $y_1 =$, well that's that formula, isn't it? And $y_2 =$ that's that formula. Well two lines. What am I still looking for?

Student 20f: "Intersect". [Intersect is a button on the calculator.]

Teacher: Yes, I am still looking for the intersection.

Student 22m: Sir, you can also go from one marked yellow to one y_2 . Can you also say $y = x - 250$?

Teacher: By this one, huh, you mean?

Student 22m: Yes.

Teacher: Eh ...

[Pause]

Teacher: Then maybe I can, student 22m, boys, for the people at home. Student 22m has a question here, which says: can I also convert this differently, actually huh, this yellow, um, line?

Part 2

Teacher: So, you're talking about this one, $x + y = 250$. Do you want to throw the y to the right? Is that your plan?

Student 22m: Yes, that makes more sense to me.

Teacher: Well, you can. If I do that, huh? Then that x stays behind on the left, right?

Student 22m: Yes.

Teacher: X. That y you throw to the right, what will it be there on the right, that y?

Student 22m: Oh, that will be a $-y$ of course, yes.

Teacher: Yes, that's him, isn't it? And that 250 to the left again, that will be?

Student 23f: -250

[A student says something unintelligible]

Teacher: Well, yes, what it says here is nothing wrong with that.

Student 24f: Then you have to do everything divided by minus?

Teacher: Only then, in order to put it in the calculator to put it in the form, regular form $y =$, I have to say now: then I divide everything by -1 or I do it times -1 and then I still get $y =$. Then of course I get here $-x$ and there... [Teacher notes $+250$.] And then you have the same again. So, in itself, nothing wrong with it, but it was more convenient here

Student 25m: [Interrupting] Yes, a little extra work

Teacher: Yes actually, it was more convenient to leave it left here. Well, you enter them, "calc.", "intersect" and if all goes well, you get an answer. Well, I think you got it.

Student 26f: Yes, I didn't have a calculator so I don't have the answer yet.

Teacher: Does anyone have him?

[Pause]

Teacher: Don't you guys have it?

Student 27m: I have 118, but I don't know if it's okay?

[Mumbles of approval by students]

Teacher: 118? Yes, no, that's fine. Were you worried it wasn't right? Hey, and which y goes with that? At the intersection I mean.

Student 28m: 132

Teacher: Yes, actually I already knew. Why did I already know?

Student 28m: Those are the adults.

Student 29f: $250 - 118$.

Teacher: Yes, it must be 250 together. But in itself the calculator provides both of course. Hey, but $x = 118, y = 132$. Then I always have to think: What are they actually asking? They ask, "How many children participated in the barbecue?" Yes, then of course I have to say: So, there were?

Students together: 118 children.

Teacher: 118 children. And if they ask how many adults took part, yes, it's 132 adults. Yes. Hey, is that kind of clear, guys?

Student 30f: Is it something like that kind of question on the test?

Teacher: Yes, that is possible. Yes. Yes. Hey, now I have another sum for you. Because I've just picked out the sums that make me think: well, that's important to do. Uh, those formulas that you said, the exponentials say, they'll be in Chapter 9. That's more for next week. And now I have a sum here, just an extra sum. It is also ten past four by the way. But would you like to try a, b and c.

Student 31m: [through] May I go then? [The student had agreed this with the teacher.]

Teacher: Then you can go, yes. You asked that. Eh, a, b and c all three will not work, but do you all want to try guys, at home and here too, to answer question a. And if it does not work anymore, we will check it next week, but start with a. Draw up a formula of B in euros for a consumption of e kilowatt hour. Would you like to try that?

Teacher to outgoing student: Well, I'll see you next week. The resit is next Friday morning, lessons 1 and 2.

Student 31m: Lessons 1 and 2, okay. Yes fine.

Teacher: It's still coming in magister. And, um, you have to bring your notebook, then we want to see the homework as well. [Laughs]

Student 31m: Yes, fine. Thank you. [Leaving]

Teacher: Bye-bye!

[Door slams]

[Silence]

Student 32f: Is this a sum in the book or did you come up with it yourself?

Teacher: Ultimately, it comes from the book.

Student 32f: Oh, okay.

[Mumbles by students.]

[Teacher walks around.]

[Teacher has unintelligible interactions with students.]

Student 33f: Do you have to make one formula for that?

Teacher: Yes, yes. Do you remember that previous sum? Then I asked you, I think, how do you start? Then you said $y = ax + b$. What will that be now?

Student 33f: Also, $ax + b$.

Teacher: But there are different letters here, right?

Student 33f: Yes.

[Unintelligible interactions]

Student 34m: This is about y , right? $Y = ae + b$?

Teacher: Normally I start with $y = ax + b$, only now I have to make the formula of B . So then it doesn't get $y =$, but?

Student 35f: $B =$.

Student 34m: Oh, $B = ae + b$.

Teacher: Right. And actually, you should start in a moment, because then you also know about Δx ... Δy I must say, divided by Δx , right? Because then that will of course also change.

[Teacher sits at desk; students confer in an unintelligible way]

[Pause]

Teacher: I can see it is almost time. Maybe next week we'll, um, have a look at this sum. But I was just walking around here, for of the people at home. What's important is that you say, okay, there's a linear formula, huh, because that's clear in itself. But that I don't start with $y = ax + b$, but what did we say guys? I have to start with $B =$?

Student 35f: $B = ae + b$.

Teacher: Right. Not $y = ax + b$. And then of course we have to find that a and that b again. Because those are in themselves, that's what it's all about of course. And then it was said here: well, of course a is normally always?

Student 36m: Δy .

Teacher: Δy divided by Δx . But yes, that will be here?

Students through each other: Dividing ΔB by Δe .

Teacher: Δe , huh? Yes. And that is good. Well, as I said, we're not going to make it all the way, so we'll wait ...

Student 37m: What sum is this in the book then?

Student 38f: This is a cliff-hanger.

Teacher: A cliff-hanger, yes.

[Bell rings]

Teacher: Um, mixed exercises it is. Somewhere in the back.

Student 37m: Are there any answers on magister?

Teacher: Yes, yes, you can find it there too. But I will come back to hear how this should be done. Anyway, we just can't manage that anymore. Hey, everyone at home, thanks for the attention.

[Closing of lesson + end of class]

Appendix 7: Transcript of lesson 12314 in Dutch

Begin van de tekst op 6:30 in het eerste videobestand.

[Begin les + absentie]

Leraar: Hé, jongens, eh, nou goedemorgen allemaal. Eh, als je je wifi nog aan hebt, zou je hem even op de vliegtuigstand willen zetten, want dat schijnt te helpen. En thuis, willen jullie nog even je camera aan doen?

[Onverstaanbaar gepraat van leerlingen.]

Leraar: Hé, wat gaan we doen, eh, vandaag. Kijk eventjes mee, pak ook even de goede bladzijde erbij dus. Eh, bladzijde 26. Wat gaan we doen? Ik heb even een selectie gemaakt van opgaven waarvan ik denk dat die belangrijk zijn, die vertellen waar het hoofdstuk over gaat, exponentiële verbanden. Dat zijn dus deze vijf opgaven. We hadden vorige week een extra opgave. Nu dacht ik, die moet ik jullie nog even laten zien natuurlijk, de uitwerkingen daarvan. We moeten even kijken hoeveel tijd we daarvoor hebben en eh, misschien is er nog tijd om iets extra's te doen, maar dat zullen we zien. Zullen we kijken jongens, naar opgave 29?

[Leraar zegt iets tegen een leerling]

Leraar: Wat staat er? Ik heb hem hierin geplakt. Hij staat op bladzijde 26, ook. Bladzijde 26, opgave 29. Oké, jongens. "Ga bij de volgende vraag uit van exponentiële groei", stond er dan bij en dan staat er: "Het beleid van de regering is erop gericht om de hoeveelheid opgewekte energie door particulieren met zonnecellen elke drie jaar met een factor van 2,5 te vermenigvuldigen. Bereken nou eens het groeipercentage per jaar. Leerling 1m, hoe heb jij dat gedaan?"

Leerling 1m: Eh, je had zeg maar de groeifactor voor 3 jaar was 2,5 en dan voor 1 jaar was dan 2,5 tot de macht $\frac{1}{3}$.

Leraar: Hartstikke goed. Dus jij zegt, de groeifactor voor drie jaar is dus die 2,5, dat haal je uit het verhaal zeg maar, hè? Uit de gegevens. En dan zeg je, de groeifactor voor 1 jaar, noteer je dat ook op deze manier?

Leerling 1m: Ja

Leraar: Daar komt uit 2,5 en wat zei je ook alweer?

Leerling 1m: Eh, daar kwam uit: 1,357 ongeveer

Leraar: 1,3572 dacht ik?

Leerling 1m: Ja, ik heb het gewoon ongeveer opgeschreven.

Leraar: Ja, dat kan ook hoor. Daar zal ik zo meteen nog even iets over zeggen. Hé, je deed dietot de macht?

Leerling 1m: $\frac{1}{3}$

Leraar: Ja, $\frac{1}{3}$. Dat zei je volgens mij ook. Ja, perfect. Je moet van drie jaar terug naar één jaar, dus dan doe je tot de macht $\frac{1}{3}$. Maar nu nog even, wat is nou dat gevraagde groeipercentage, leerling 2f? Ik heb dit nu, en dan?

Leerling 2f: Eh, ja die snapte ik niet echt. Het was niet, het was niet gewoon...

Leraar: Probeer maar.

Leerling 2f: Keer iets?

Leraar: Ja, je moet, je moet het eigenlijk... Je wilt het percentage weten, dus je moet het in procenten zetten. Hoe krijg ik dit getal nou in procenten?

Leerling 2f: Ja dat weet ik niet.

Leraar: Leerling 3m, kan jij helpen?

Leerling 3m: Keer 100

Leraar: Ja, eigenlijk gewoon keer 100, leerling 2f.

Leerling 2f: Oh.

Leraar: En dan kom ik zeg maar uit op 1,35, dat doe ik niet helemaal goed. Waar kom ik dan natuurlijk op uit? 135,72, nog wat. Leerling 2f, dan kom ik toch nog even terug bij jou, wat is het groeipercentage dan?

Leerling 2f: 35,72%

Leraar: Ja, perfect. Dus groeipercentage per jaar is ongeveer ... Leerling 4f op hoeveel ronden we procenten normaal gesproken af als er niks bij staat?

Leerling 4f: Eén decimaal.

Leraar: Dan doen we meestal één, hè? Eventjes nog over het eh, afronden. "Leerling 1m zei: Ja, maar ik heb hier al een golfje gedaan," dus daar had jij waarschijnlijk iets opgeschreven van: is ongeveer nou, wat had je opgeschreven eigenlijk?

Leerling 1m: 1,357

Leraar: Oké, je had het afgerond hier op drie decimalen. Dat is prima natuurlijk en dan kom je hier ook op uit, is ongeveer 135,7. Dus 35,7 procent. Eh, wat ik meestal doe, is tussendoor niet afronden. Dan kun je ook geen foutje maken, denk ik altijd maar. En rond ik op het eind natuurlijk, ja dan moet je op een gegeven moment afronden. Dus dan heb je ook voor het eerst dat golfje. Eh, je mag tussendoor prima afronden, als je het dan maar goed doet en met het onafgeronde getal doorrekenen.

Leerling 1m: Ja, ik dacht, het is, je hoeft er niet echt iets meer mee door te rekenen, dus ik dacht: dan moet het niet.

Leraar: Dat is zo he, als je hier drie achter de komma doet, dan krijg je natuurlijk automatisch hier één. Dus dat is prima. Nou, fijn.

Leerling 5f: Moet je per sé stap 3 doen? Of mag je ook in één keer het percentage verwoorden?

Leraar: Nou, ik vind eigenlijk wel dat als je stap 2 hebt, dat je in één keer mag zeggen 35,7% dat dat het groeipercentage is. Ja hoor. Keer 100, –100 doen sommigen ook wel eens, hè, in één keer. Hé, duidelijk jongens? Ja? Mooi. Zullen we eens kijken naar 52? Ik heb hem hier ook weer ingeplakt. Eh, ik zal eventjes kijken hoor, dat is bladzijde 36, 37. En wat staat daar? Nou, eigenlijk een kaal, klein verhaaltje. Cruiseschepen, die worden steeds groter. Dat blijkt uit het gemiddelde aantal passagiers N per cruise. Dat aantal is exponentieel toegenomen. Hoe ziet dan, dat wordt op zich niet direct gevraagd hoor, maar leerling 6m, hoe ziet zo'n grafiek eruit dan van exponentiële groei?

Leerling 6m: Eh, zo met een boog, toch?

Leraar: [Tekent goede grafiek op het bord.] Dit bedoel je?

Leerling 6m: Ja, zo

Leraar: Ja precies, ja. Omdat het stijging is, hè? Telkens sneller gaat hij omhoog. Toenemend stijgend. Ik zet er nog even de letters bij. T in jaren [schrijft ook N op de y -as]. Het is natuurlijk maar een schets, maar inderdaad, exponentiële groei. In 2003 was het gemiddelde aantal passagiers 1118 en in 2008 was dat 1822. Stel nu eens de formule op van N en neem $t = 0$. Hé, leerling 7m, hoe heb jij dit gedaan?

[Pauze]

Leraar: Je hoort me denk ik wel, leerling 7m?

Leerling 7m: Ik wist niet hoe je deze moest doen.

Leraar. Sorry, je had geen idee hoe deze moest?

Leerling 7m: Nee.

Leraar: Stel ik jou eerst de volgende vraag. Exponentiële groei, wat is dan de algemene formule, leerling 7m? Ik moet een formule maken van N . Weet je nog de algemene vorm?

Leerling 7m: Eh, nee.

Leraar: Leerling 7m, heb je er goed naar gekeken? Het wordt wel genoemd in het boek. Hé, leerling 8f, wat is de algemene vorm?

Leerling 8f: $N = b * g^t$.

Leraar: Ja, $N = b * g^t$. En denk even terug aan vorige week, toen hadden we het over lineaire groei. $y = ax + b$. Exponentiële groei $N = b * g^t$. Die twee moet je even goed uit het hoofd, uit, ja die moet je kennen. Die moet je gewoon weten. Hé, leerling 9m, wat zijn hier gegevens, zeg maar de twee punten die worden gegeven?

Leerling 9m: Eh, in 2003 en 2008.

Leraar: Ja en in 2003, hoeveel waren het er toen?

Leerling 9m: Eh, 1118.

Leraar: Ja, en wat is t dan, in 2003?

Leerling 9m: Eh, 3.

Leraar: Ja precies, want $t = 0$ in 2000, hè? En het andere punt, dat wordt dan 2008. Even een schets, hè, ik zet hem hier neer. Wat is dan t?

Leerling 9m: 8

Leraar: Precies, en de hoeveelheid die daarbij hoort is in dat geval?

Leerling 9m: 1822.

Leraar: Ja, perfect. Dus eigenlijk jongens, en waarom teken ik dit erbij? Nou, je ziet bij een van die sommen daarvoor, dan kreeg je deze grafiek, dan kreeg je een grafiek met twee punten. Ja, dat doen ze soms ook, dan geven ze een grafiek met twee punten. Of een verhaaltje waaruit twee punten blijken. Het gaat erom dat je eruit haalt dat er twee punten zijn. Dat t, en die schrijf ik nu nog eventjes op hoor, als $t = 3$, dan is N 1118, wat leerling 9m net zei, hè? En als $t = 8$, dan is N juist gelijk aan 1822. Hé, voor de uitwerking hoeft op zich die schets er niet bij hoor, dat is nu meer even voor de uitleg. Eh, maar hoe reken ik dan de groeifactor uit? Leerling 10f, hoe heb jij dat gedaan?

Leerling 10f: Eh, de groeifactor van 5 jaar is 1822 delen door 1118.

Leraar: Gaat het om jaren? Ja. De groeifactor van 5 jaar is, wil je het nog een keer zeggen? Wat heb je gedeeld?

Leerling 10f: 1822 delen door 1118.

Leraar: Ja, perfect. Hé, en wat kwam daaruit?

Leerling 10f: Oh, dat had ik niet uitgerekend, ik had dan... [onderbroken door leraar]

Leraar: Oh, je had hem gewoon laten staan. Mag hoor, eh, ik zet hem er even bij. Er komt dit uit [schrijft het op het bord] Zo. Nou toen heb jij gelijk gezegd, dan is de groeifactor voor één jaar...

Leerling 10f: Is eh, 1822 delen door 1118 tot de macht $\frac{1}{5}$.

Leraar: Ja, dat kan natuurlijk ook, hè? Ik hoef niet per sé dat kommagetal uit te rekenen. Hé, waar kwam je dan op uit? Die heb je waarschijnlijk wel opgeschreven?

Leerling 10f: Ja, 1,1026...

Leraar: En dat is het dan wel. Ja, nou mooi. Dan gaan we een beetje scrollen. Nou, dank je wel, leerling 10f. Eh, eens even kijken. Leerling 11f, wat is volgens jou de volgende stap?

Leerling 11f: Eh, ik had eerst de formule overgeschreven, $N = b * g^{1,1026^t}$ en dan had ik punt $t = 3, N = 1118$.

Leraar: Ja, hé, had je op zich ook het andere punt mogen pakken, leerling 11f?

Leerling 11f: Ja, denk het wel.

Leraar: Ja, dat maakt inderdaad niet uit. Eén van die twee punten is goed genoeg. Nou, dank je wel, leerling 11f. Leerling 12m, wat is de volgende stap?

Leerling 12m: Uitrekenen.

Leraar: Ja, zeker. Maar hoe?

Leerling 12m: Ja, zo ver was ik nog niet gekomen. Ik had alleen het eerste stuk en daarna wist ik het niet.

Leraar: Nou, oké, ik heb nu zeg maar een formule met een N, een b en een t. Zeg maar, drie onbekenden, hè? En er worden twee onbekenden gegeven, namelijk?

Leerling 12m: Nou ja, invullen.

Leraar: Ja, een kwestie van invullen is het dan nog. Hé, wat krijg je dan als je die invult?

Leerling 12m: Eh, $1118 = b * 1,1026^3$.

Leraar: Perfect. Hé, wat ik ook wel eens doe, is dat ik gelijk, sorry, ik moet hem wel even goed overschrijven, 1118 er nog achter zet. Hij mag er ook voor hoor, dat maakt eigenlijk voor de berekening verder niet uit. En dan heb ik, zeg maar, mijn onbekende links, hè? Dan kan ik gelijk doorgaan. Nou, als ik dit nou heb staan, leerling 12m, wat wordt het dan?

Leerling 12m: Eh, dat weet ik niet.

Leraar: Hier staat b keer een of ander kommagetal en dan moet dit [wijst op 1118] eruit komen, hè? Als ik nou tegen jou zeg, eh...

[Pauze]

Leraar: $3x = 6$. Wat zeg je dan? Dan is x gelijk aan?

Leerling 12m: Twee.

Leraar: Tuurlijk. Maar wat doe je dan eigenlijk?

Leerling 12m: Moet je dan gaan delen, of?

Leraar: Ja, precies. Je deelt dan eigenlijk, nou ja, uiteindelijk 6 gedeeld door 3. Alleen daar denk je natuurlijk niet meer bij na, want dat weet je in één keer. Maar dus wat moet ik hier doen? $B = ?$

Leerling 12m: Eh, 1118 delen door die 1 komma, dat?

Leraar: Ja, precies. 1 komma één nul. Nou, wat komt eruit, leerling 12m? Moet je hem even intikken inderdaad. Eventjes, moet ik hier met onafgeronde getallen werken of niet?

Leerling 13f: Ja.

Leraar: Ja, zoals ik het vraag is het misschien ook wel logisch dat dat het antwoord is, maar inderdaad. Je moet delen door het onafgeronde getal. Heb je hem?

Leerling 12m: 834?

[Pauze, leraar controleert met rekenmachine]

Leraar: Ja, helemaal goed. 834. Perfect. Dus, eh, ik moet de formule opstellen, dus moet ik nog wel eventjes eindigen met: dus $N =$. Staat er iets over afronden? Nee. Nou, jij zegt al, laten we dit [de b] op helen doen. Die groeifactor, als er nou niets bij staat, leerling 12m, op hoeveel zullen we hem afronden?

Leerling 12m: Eh, 2, of?

Leraar: Nou, ik kan niet zeggen dat het fout is, maar meestal doen we 3.

Leerling 12m: Oh.

Leraar: Dan zou het zijn 1,10?

Leerling 12m: 3.

Leraar: Ja dan zou het 1,103 moeten zijn, hè? Maar, nogmaals, je mag het in principe zelf weten, hè, als er niks bijstaat, maar een beetje ongeschreven regel is: doe maar drie achter de komma bij de groeifactor en deze [de b] juist op helen. Als iemand hiervan [de b] maakt 830, om het nog iets ronder te maken, ronde getallen van te maken, zou dat op zich ook nog kunnen. Als je maar goed hebt laten zien wat het precieze getal is. Dan zou je het hier best nog iets korter kunnen afronden. Maar laat altijd even de tussenantwoorden goed zien, dan kun je daar bijna geen foutje in maken. Hé, eh, duidelijk? En ook thuis jongens, duidelijk? Anders zeggen. Hé, formule opstellen van exponentiële groei, dat zal vast worden gevraagd hoor, eh, vrijdag. En dat zei ik volgens mij vorige week ook bij die, eh, lineaire groei, met lineaire verbanden. Die formules zullen ze vast vragen [op het tentamen]. 'Ze'... we [de toetsmakers]. Oké, wat ook nog, eh, bij dit eh, hoofdstuk heel duidelijk hoorde, was het beredeneren van het verzadigingsniveau. En, eh, leerling 13m, wat mag ik dan niet doen, als ik deze vraag zie?

Leerling 13m: Eh, gaan rekenen?

Leraar: Precies. Ik mag geen getallen invullen, of zo. Hè, dus dat ik zeg van nou, ik vul wel gewoon grote getallen in en dan zie ik het wel. Op zich is het wel zo. Als ik hele grote getallen invul, dan zie ik inderdaad wel dat er op een gegeven moment iedere keer hetzelfde uit zal komen en dan is dat het wel. Maar we moeten het beredeneren. Leerling 14f, heb jij een idee hoe je dat aanpakt? Het beredeneren waar deze formule op den duur naartoe gaat, naar welk getal? Hoe moet ik dan ook alweer beginnen met de redentatie. Dat is wel even cruciaal.

[Pauze]

Leraar: Leerling 14f, als je even kijkt, hè, ik maak hier even een plaatje. Kijk even naar het bord. T en N , hè? Ik wil eigenlijk weten, het verzadigingsniveau is één of ander lijntje waar de grafiek op den duur telkens dichterbij komt, telkens dichterbij, maar nooit helemaal tegenaan. Wanneer gebeurt dat? Als ik telkens maar meer naar rechts ga. Op een gegeven moment zal die daartegen aankomen, tegen dat lijntje. Misschien kan dit helpen, hoe moet ik dan mijn redentatie beginnen?

[Pauze]

Leraar: Kan iemand anders helpen?

Leerling 15m: Als t heel groot is?

Leraar: Ja, stel, t is heel groot. En je mag dus niet zeggen: stel, ik vul, eh, voor t , eh, tien miljoen in, of zo. Of nog groter, een miljard. Is natuurlijk ook heel groot, maar ik moet echt beredeneren. Stel t is heel groot. Als ik dat begin al heb, leerling 14f, heb je dan een idee hoe je verder gaat?

Leerling 14f: Eh, dan is $0,85^t = 0$.

Leraar: Tot de macht t , ja. $0,85$ keer $0,85$ keer $0,85$ wordt ongeveer 0 . Ja?

Leerling 16m: Maar wat als dat een positief getal is, die $0,85$. Zeg maar, boven de 1 ?

Leraar: Ja, dat is een goede. Ja, wat zal er dan gebeuren. Dan wordt dit natuurlijk supergroot, $20 + 13$ keer iets supergroot. Dat is ook gewoon supergroot. En 500 gedeeld door iets enorm groots, is ongeveer?

Leerling 16m: Ook iets groots, of?

Leraar: Ja? Als ik nou 500 deel door eh, eh, 100 miljard?

Leerling 16m: Dan wordt het heel klein.

Leraar: Ja, dan wordt het juist heel klein. Dan zou het juist richting 0 gaan. Nu kan ik jou wel vertellen... Leerling 16m, die zegt, als deze $0,85$, voor thuis even, nou $1,10$ zou zijn of zo, hè, in ieder geval groter dan 1 , dan krijg je inderdaad een andere situatie. Ik kan je nu ook alvast vertellen dat hij bij dit soort vragen altijd onder de 1 zal zijn. Maar je kunt wel een redentatie houden, dat zeker. Eh, nou $0,85^t$ is ongeveer dan 0 , leerling 14f, dat zei je goed. Wat zou, wat moet ik nou als volgende opschrijven, leerling 17f? Om die redentatie goed af te maken.

Leerling 17f: Eh, we moeten dan overgaan naar die 13 keer $0,85^t$.

Leraar: Ja, wat wordt dat dan ongeveer?

Leerling 17f: Ook ongeveer 0 .

Leraar: Ja, dan wordt dat natuurlijk ook ongeveer 0 . Kun je ook zo opschrijven. 'Ongeveer 0 '. En wat is dan het volgende stapje, leerling 18f?

Leerling 18f: Eh, $20 + 13 * 0,85^t$.

Leraar: Ja, $20 +$ dat stukje. Dus iedere keer, je vergroot eigenlijk telkens het stukje totdat ik de hele formule heb. Nou, wat wordt dat dan?

Leerling 18f: 20.

Leraar: Dat wordt dan ongeveer 20 + ongeveer 0, dat zal dan ongeveer 20 worden. Perfect. En wat gebeurt er dan met $\frac{500}{20+13*0,85^t}$? Nou, leerling 18f, kan je die ook nog doen?

Leerling 18f: $\frac{500}{20}$

Leraar: Dat wordt ongeveer $\frac{500}{20}$. En wat komt daaruit?

Leerling 18f: 25

Leraar: 25. Dus als ik een groot getal invul, dan komt er ongeveer 25 uit, dan kom ik tegen de 25 aan. Leerling 19m, tot nu toe hebben we alles goed, maar dan willen we alle punten binnenhalen. Wat moet ik er nu nog even bij doen?

Leerling 19m: Eh, conclusie

Leraar: Ja, dus?

Leerling 19m: Dus het verzadigingsniveau is 25.

[Pauze]

Leraar: Jij zegt: Is 20, hè? [Leraar schrijft het per ongeluk verkeerd op]

Leerling 19m: Of: is ongeveer.

Leraar: Dat wou ik nou vragen.

Leerling 19m: Oh, 25, sorry ja.

Leraar: Het was 25, ja. Is het nou 'ongeveer' of is het 'is'?

Leerling 19m: Nou, doe maar 'is'.

Leraar: Ja, het is 'is'. Kijk, die formule komt, als ik dit invul, hè, grote getallen, kom ik tegen die 25 aan. Het verzadigingsniveau is 25, die formule komt daar telkens dichterbij. We noemen het verzadigingsniveau wel precies 25. Ja, nou goed gedaan. Mooi. Eh, volgende redeneervraag. We hebben twee soorten. Nog even omhoog. Eén soort van: 'Wat is het verzadigingsniveau? Beredeneer dat.' Of zeggen ze, beredeneer eens, en dit is 63d, beredeneer of de grafiek stijgend of dalend is. Lijkt er best heel erg op, maar het is wel echt een andere vraag.

[Pauze]

Leraar: Even kijken.

[Pauze]

Leraar: Eh, leerling 20f, ja, leerling 20f, wat moet ik hier doen? Hoe moet ik hier beginnen.

Leerling 20f: Eh, dat is steeds, stel hij is heel hoog?

Leraar: Nee, even kijken. Ik doe hem [het bord] weer even terug hoor. Zo net moesten we beginnen met, stel t is heel groot. Als ik een verzadigingsniveau wil, moet ik hier mee beginnen. Maar waar moet ik hier mee beginnen. Leerling 21f, weet jij dat? Kan jij helpen?

Leerling 21f: Eh, als t stijgt.

Leraar: Stel, t stijgt. Klopt. Wat gebeurt er dan? Hè, dus bij het verzadigingsniveau begin ik met: Stel t is heel groot. En hier begin ik met stel t stijgt. Hé, ik, ik doe dat altijd zo met een pijltje, volgens mij heb je bij economie dat ook wel eens. Dat weet ik niet helemaal zeker, maar stel t stijgt. Je mag natuurlijk ook stijgt opschrijven, dat snap je hè. Hé, leerling 20f, als ik dat nou doe, hè, wat is dan de volgende stap? Stel t stijgt. Wat moet ik dan nu....

Leerling 20f: Dan is $0,35^t$ ongeveer 0.

Leraar: $0,35^t$, ja gaat dat naar... wat ik daarvoor moet weten, je hebt gelijk, dat het richting 0 gaat natuurlijk. Maar ik moet vooral vertellen nu of het stijgt of daalt. Wat gebeurt er met $0,35$ als t telkens maar meer wordt. Hè, dus $0,35$ keer $0,35$ keer $0,35$, enzovoort. Wordt dat meer of minder?

Leerling 20f: Minder.

Leraar: Juist. Dus dat daalt.

[Pauze]

Leraar: Oké. Dan krijg ik, leerling 20f, welk stukje moet ik nu naar kijken?

Leerling 20f: $1 - 0,35^t$.

Leraar: Perfect. Nou, als $0,35^t$. nou daalt, wat gebeurt er dan met $1 - 0,35^t$?

Leerling 20f: Daalt ook.

Leraar: Is dat zo, leerling 21f?

Leerling 21f: Eh, ja, dat daalt.

Leerling 22f: Ik had dat die toeneemt.

Leraar: Het is misschien wel de vreemdste stap.

[Leerlingen zeggen iets onverstaanbaars]

Leraar: Moet je eens kijken. Stel je voor: Ik doe $1 -$, ik doe even toch een getallenvoorbeeldje. Ik haal het zo meteen weg hoor, maar voor mezelf, om het even te beredeneren. 1 , of ik doe $100 - 20$. Nou, dat is niet zo moeilijk, hè, dat is 80 . Stel je nou voor dat dit stukje, dat wat ik van de 100 afhaal, telkens minder wordt. Dat wordt nu dus $100 -$, nou, -15 . Wat komt daaruit?

Leerling 23f: 85

Leraar: $85 \cdot 100 - 10$. Wat komt daaruit? 90. Nou, ja, je voelt hem wel aan, $100 - 5$ of zo. Is 95. Hé, dus wat gebeurt er? Als dus dit getalletje, wat ik van die 100 afhaal, minder wordt... Hè, dus even naar dit voorbeeld kijken, $0,35^t$. wordt minder. Ik doe $1 -$ iets wat minder wordt, wat wordt dan de uitkomst? Toch juist, groter. Dus, leerling 22f, je had hem goed. Ik zal dit weer even weghalen. Eh, duidelijk jongens? Dus als iets daalt, $1 -$ iets wat daalt, stijgt juist. En dan nog één stap, nou doe ik $650 * \text{nou, iets wat daalt}$ [leraar schrijft het verkeerd op]. Wat gebeurt er als ik 650 of een getalletje doe keer iets wat daalt? Nou...

Leerling 24m: Eh, nou, dan daalt die ook.

Leraar: Ja, dat daalt ook gewoon. Dus, even kijken, leerling 25f, wat moet ik er nog even achter zetten? Als conclusie bedoel ik eigenlijk hoor.

Leerling 25f: Eh, dus de formule daalt.

Leraar: Ja, dus de grafiek van N daalt.

Leerling 26f: Ik heb iets heel anders en volgens het antwoordenboek was het ook goed, dus... Want ik had zeg maar, $0,35^t$. stijgt en dan de volgende ook en die daarna stijgt ook, dus...

Leraar: Sorry, jij had gezegd, $0,35^t$. stijgt?

Leerling 26f: Ja en dan 650 keer..., stijgt ook.

Leraar: Ja, maar dat is niet helemaal waar, hoor. Kijk, $0,35$. Als je iedere keer 35% van iets neemt, wordt het telkens minder. Dus de eerste stap moet echt zijn, dat $0,35^t$ daalt. Daardoor stijgt dus $1 - 0,35^t$. Nou, ja. Oh, wacht. Hebben we hier wel iets goed gedaan? Dit stijgt, oh jongens, die laatste stap, klopt die? Leerling 27m?

Leerling 27m: Ja, ik wou net zeggen, 650 keer iets dat stijgt, dat stijgt toch gewoon nog steeds?

Leraar: Ja, stom. Fout van mij, goed dat je het zegt. En goed dat jij hem vraagt, want anders waren we er niet uitgekomen. Eh, jongens. Thuis ook. Er zat een foutje in. $1 - 0,35^t$. stijgt, dus deze $[650 * (1 - 0,35^t.)]$ stijgt ook. Ja, daarom keek jij mij zo aan, leerling 28m, of niet?

Leerling 28m: Wat zegt u?

Leraar: Daarom keek jij mij zo aan. Wat dacht je? "Klopt niet?"

Leerling 28m: Nee, ik twijfelde niet.

Leraar: Okay, hé, mijn fout. Ik had het even moeten zeggen. Dus de grafiek van N, wat moet ik er nog even van maken? Stijgt natuurlijk. Sorry hoor. Thuis wel duidelijk?

Leerling 29f: Maar ik snap nog steeds niet waarom $0,35^t$. daalt, want als je dat gewoon steeds hoger doet, dan stijgt het ook.

Leraar: Nou, als je nou eens intikt, hè? [Tegen leerlingen thuis] Leerling 29f vraagt hier nog even, waarom daalt nou $0,35^t$., dat zeg je eigenlijk hè? [Leraar schrijft mee op het bord] Nou, eh, stel je voor, ik begin met een beginhoeveelheid 100 en ik doe dat keer $0,35$. Wat komt daaruit?

Leerling 29f: Eh, 35.

Leraar: Ja, dat kun je uit het hoofd hè? Tik daarna de volgende eens in. Wat gebeurt er als je $35 * 0,35$ doet?

Leerling 29f: Ja dat is 5, maar...

Leraar: Nou, nee. Wat komt daaruit?

Leerling 29f: 12,25

Leraar: 12,25. Dan doe ik 12,25 keer 0,35. Wat komt daaruit?

Leerling 29f: 4, nog wat.

Leraar: 4,28... zo hè? Dus, als ik iets iedere keer keer 0,35 doe, dan zie je hier gebeuren dat het iedere keer minder wordt, hè? Ik neem iedere keer 35% van het vorige, eigenlijk. Zie je dat?

Leerling 29f: Ja, maar waarom staat dan in het antwoordenboek wel dat 'ie stijgt?

Leraar: Nou, dat hebben wij uiteindelijk ook toch? Kijk eens?

Leerling 29f: Ja, nee, maar ook in uitwerkingenboek staat dat 'ie stijgt.

[Leraar zoekt uitwerking op, laat het zien via de beamer]

Leerling 29f: Oh, nee. Huh? Oh, dat heb ik dan gewoon verkeerd gezien.

Leraar: Ja, ik denk dat je die even hebt gemist of zo. Dus die [dat tussenantwoord] daalt wel. Dat geeft niet, maar snap je op zich, trouwens, dat die daalt?

Leerling 29f: Ja.

Leraar: Dat is even belangrijker, het belangrijkste. Prima. Nou, ik haal dit weer eventjes weg, dat was maar een getallenvoorbeeldje. Oké, jongens. Hé, dan de eigenlijk laatste eventjes. Nou wordt er gevraagd om de formule op te stellen van... nou we hadden gezegd, doe alleen even 70a. We hadden ook b kunnen doen, maar het gaat in principe wel om hetzelfde, op dezelfde manier. Maar hoe, ja, hoe stel ik nou die formule op. Leerling 30m, hoe ben jij bij deze begonnen?

[Pauze]

Leerling 30m: Eh, eerst twee punten nemen.

Leraar: Ja, precies. Eh, hé... Nou, doen we eerst. Eerst twee punten. Jij, eh, welke punten pak je?

Leerling 30m: Eh, dan kan, $t =$, eh, $t = 1$.

Leraar: Ja, die hè? Daar.

Leerling 30m: Ja.

Leraar: En welke heb je nog meer genomen?

Leerling 30m: En dan nog, even kijken, $t = 7$.

Leraar: Ja, die komt ook mooi uit, hè? Er stond nog iets bij van: Pak vooral mooie roosterpunten, als ze er zijn. Ze zijn er niet altijd, hoor, maar als ze er zijn. Nou, dit zijn volgens mij de enige twee roosterpunten. Dus jij zegt inderdaad, en dat schrijf ik eventjes op: Ik neem de punten, als t gelijk is aan 1, welke N hoort daarbij, leerling 30m?

Leerling 30m: Even kijken... 30.

Leraar: Ja, precies, want het eerste streepje hoort dan, bij logaritmisch papier bij 20, hè? En dan hoort deze bij?

Leerling 30m: 30

Leraar: 30. Perfect. En $t = 7$. Misschien, eh, leerling 31m, welk getal hoort bij de 7? Dus dat is hier. [Leraar wijst het aan op de beamer]

Leerling 31m: Nou, 70 had ik niet, maar ik kan wel even kijken.

Leraar: Oh, je had een ander punt genomen?

Leerling 31m: Nee, ik snapte 70 niet helemaal, dus die had ik niet gemaakt.

Leraar: Oké.

Leerling 31m: Eh, 400 dan? [Op de opname hoor je een andere leerling het goede antwoord fluisteren.]

Leraar: Ja, precies. 300 en dan is het zo, hè? Je hoeft het er op zich niet bij te schrijven, maar, eh, als ik van honderd naar 1000 ga, dan komt er bij ieder streepje 100 bij. Oké, dus $N = 400$. Nou, dat zijn op zich de twee punten, klopt. Maar nu eventjes, wat is hier nou de algemene vorm? Weet jij dat, leerling 32m?

Leerling 32m: $N = b * g^t$, gewoon.

Leraar: Ja, en waarom? Want ik zie een rechte lijn.

Leerling 32m: Omdat dit logaritmisch papier is.

Leraar: Juist. Dus dan moet je eigenlijk eerst even opschrijven: Een rechte lijn, en let even goed op jongens, doe even een uitroepteken, een rechte lijn op logaritmisch papier, dus het is een exponentieel verband. Oftewel $N = b * g^t$. Maar vergeet even niet dat je deze eerste zin [wijst aan op de beamer] wel eventjes opschrijft. Het meest voorkomende foutje is hier, natuurlijk, dat er toch iets van $y = ax + b$ wordt opgeschreven. Hè, een rechte lijn van wordt gemaakt. Daar moet je even goed om denken. Eh, ik zit even te kijken naar de tijd. Op zich hebben we deze net ook gedaan, hè? Als je twee punten hebt, hoe stel je dan de formule van een lijn op? Dus ik scroll eventjes door. Maar vergeet dus alsjeblieft niet dat je dit [rechte lijn op logaritmisch papier, dus $N = b * g^t$] eerst opschrijft. Oké, dan laat ik eventjes zien bij 70a, wat de uitwerking is, dan kun je het eventjes checken. Kijk, dit is hem. Nou, ze hadden inderdaad, dan loop ik hem eventjes bij langs hoor, ze hadden inderdaad dezelfde punten. $t = 1, N = 30, t = 7, N = 400$. Hoe reken ik de groeifactor

uit? 400 gedeeld door 30, maar dan is dat dus de groeifactor voor, van 1 tot 7, van 6 stappen, oftewel voor 6 dagen. Je ziet hier, leerling 32f, wat jij ook deed, ze rekenen hier niet uit wat eruit komt, ze zeggen: Nou, dat getalletje 400 gedeeld door 30 doe ik in één keer tot de macht $\frac{1}{6}$. En dan schrijven ze hem wel op, dat is prima. Eerst weer even opschrijven, oké, dan ben ik zover. Dan moet ik nog even een punt invullen. Namelijk, als $t = 1$, dan $N = 30$. Je mag ook het andere punt pakken, natuurlijk. Meestal pakken we het kleinste, hoor. Even invullen nog en dan nog weer, leerling 33m, wat we net ook hadden, hè, de deling. Nu kun je het afronden op helen. Dus $N = 19 * 1,540^t$. Ook hier geldt: Hé, er stond niets bij over het afronden, nee, dus dan meestal op drie. Zie je dat? Nou, deze ging even wat sneller, maar is hij op zich duidelijk? Hij wordt gevraagd, jongens, vrijdag. Hij wordt gevraagd. Oké, eh, nou, waarom doen we dit eventjes? Omdat we vorige week was ik immers geëindigd met, en dan moet ik even hem opzoeken, met een extra, en dat was deze, met een extra opgave. Toen zijn we daar niet helemaal aan toegekomen. Dit was hem, dan doen we even hetzelfde. Dan loop ik even met leerlingen bij langs. Eh, het ging hier om een lineair verband. Dus, leerling 33m, dan moet ik altijd even beginnen met te zeggen: oké, dan is de algemene vorm? Normaal gesproken $y = ax + b$, maar dan krijg ik hier? Ben je erbij? $B = ae + b$. En dan moet ik dus ook opschrijven hoe ik de richtingscoëfficiënt uitreken, dat dat niet delta y gedeeld door delta x is, maar in dit geval delta B gedeeld door delta e, dan. Even goed opletten dat de letters ook kloppen. Nou, je ziet hier, er zijn weer twee punten gegeven, dat doen ze dus eigenlijk iedere keer. En dan hebben we nu geen groeifactor, maar een richtingscoëfficiënt. Nou, delta y gedeeld door delta x, hier dus $\frac{\Delta B}{\Delta e}$. 0,18. Hier staat trouwens een klein foutje. 0,18 moet dat zijn, hier staat 0,81. Ze rekenen wel met 0,18 door gelukkig. Nog één punt invullen. Dan kom ik uit op een B van 94,1. Dus... Eindig altijd met 'dus', hè? Dus, B =, nou dan heb je de formule. Eh, vorige keer, nog eventjes, werd er gezegd: 'wat is nou het vastrecht en wat is nou de prijs per kilowattuur?' Weet jij zo wat het vastrecht is, leerling 34m?

Leerling 34m: Nee.

Leraar: In zo'n formule? Weet iemand het? Leerling 35m?

Leerling 35m: 94,1.

Leraar: Ja, dat is eigenlijk gewoon het losse getalletje, oftewel, dat moet je altijd betalen. Het vastrecht. En de prijs per kilowattuur, leerling 35m? Dan weet je die misschien ook?

Leerling 35m: Eh, 0,18?

Leraar: Dan is dat 0,18. Hè, hoe meer je verbruikt, hoe meer je die 0,18 moet betalen. Dat is dus eigenlijk de richtingscoëfficiënt, kun je zeggen. Je hoeft bij b dus eigenlijk niets meer uit te rekenen. Dat kon je gewoon zeggen. Nou, de laatste. Nou, heel kort nog. Eh, de familie Winkelman moet 803,30 betalen. Hoeveel hebben ze verbruikt? Los op. Ja, je moet die vergelijking gelijkstellen aan 803,30. 94,1 naar de andere kant. Dan krijg je dit. [Wijst op de beamer] En dan nog delen door 0,18, maar dit gaat misschien een beetje snel. Maar 3940 kilowattuur.

[Leraar gaat verder over de herkansing, de bel gaat, les wordt beëindigd]

Appendix 8: Transcript of lesson 12314 in English

[Start lesson + absence]

Teacher: Hey guys, uh, well good morning everyone. Uh, if you still have your Wi-Fi on, you might want to put it on airplane mode, because that seems to help. And at home, would you like to turn on your camera?

[Inaudible talk from students.]

Teacher: Hey, what are we gonna do, uh, today? Take a look, so also grab the right page. Um, page 26. What are we going to do? I've just made a selection of exercises that I think are important, that tell what the chapter is about, exponential functions. So those are these five exercises. We had an extra assignment last week. Now I thought, I have to show you that, of course, the effects of it. We have to see how much time we have for that and um, maybe there is still time to do something extra, but we'll see. Shall we look at exercise 29, guys?

[Teacher says something to a student]

Teacher: What does it say? I pasted it in here. It's on page 26, too. Page 26, exercise 29. Okay, guys. "For the following question, assume exponential growth", it would then say and then it says: "The policy of the government is aimed at reducing the amount of energy generated by private individuals with solar cells by a factor of 2.5 every three years. multiply. Calculate the growth percentage per year. Student 1m, how did you do that?"

Student 1m: Uh, you had, say, the growth factor for 3 years was 2.5 and then for 1 year it was 2.5 to the power of $\frac{1}{3}$.

Teacher: Very good. So, you say, the growth factor for three years is 2.5, you get that from the story, don't you? From the data. And then you say, the growth factor for 1 year, do you also note it in this way?

Student 1m: Yes

Teacher: That comes out 2.5 and what did you say again?

Student 1m: Uh, that came out: 1.357 approximately

Teacher: 1.3572 I thought?

Student 1m: Yes, I just wrote it down approximately.

Teacher: Yes, that is also possible. I will say something about that in a moment. Hey, you did that 2.5 to power?

Student 1m: $1/3$

Teacher: Yes, $1/3$. I think you said that too. Yes, perfect. You have to go back from three years to one year, so then you do to the power of $1/3$. But now, what is that requested growth percentage, student 2f? I have this now, what then?

Student 2f: Um, yes I didn't really get it. It wasn't, it wasn't just ...

Teacher: Try it.

Student 2f: Multiply by something?

Teacher: Yes, you have to, you actually have to ... You want to know the percentage, so you have to put it in percentages. How do I get this number in percentages?

Student 2f: Yes I don't know.

Teacher: Student 3m, can you help?

Student 3m: Times 100

Teacher: Yes, really just times 100, student 2f.

Student 2f: Oh.

Teacher: And then I come to say 1.35, I am not quite right. What do I come to of course? 135.72, then some more digits. Student 2f, then I will come back to you, what is the growth percentage?

Student 2f: 35.72%

Teacher: Yes, perfect. So, growth percentage per year is approximately... Student 4f to how many do we normally round of percentages if nothing is mentioned?

Student 4f: One decimal place.

Teacher: Then we usually do one, huh? Just a little bit more about the eh, rounding off. "Student 1m said: Yes, but I've already done a wave here," so you probably wrote something like: is about well, what did you write down anyway?

Student 1m: 1.357

Teacher: Okay, you rounded it up here to three decimal places. That is fine of course and then you also come to this, which is about 135.7. So 35.7 percent. Um, what I usually do is not finish in between. Then you can't make a mistake, I always think. And I round in the end of course, yes then you have to finish at some point. So, then you also have that wave for the first time. Uh, you can round just fine in between, as long as you do it right and calculate with the unrounded number.

Student 1m: Yes, I thought, it is, you don't really have to calculate anything anymore, so I thought: then it shouldn't be.

Teacher: That's right, if you put three after the decimal point here, you will of course automatically get one here. So that's fine. Well, fine.

Student 5f: Do you necessarily have to do step 3? Or can you also express the percentage in one go?

Teacher: Well, I actually think that if you have step 2, you can say 35.7% at once that's the growth percentage. Yes of course. 100 times, -100 times, some do sometimes, huh, in one go. Hey, clear, guys? Yes? Beautiful. Shall we take a look at 52? I also pasted it here. Um, I'll have a look, that's page

36, 37. And what's there? Well, actually a small, little story. Cruise ships are getting bigger and bigger. This is shown by the average number of passengers N per cruise. That number has grown exponentially. How does that look, that is not directly asked in itself, but student 6m, what does such a graph look like of exponential growth?

Student 6m: Eh, like that with a bow, right?

Teacher: [Draws correct graph on the board.] You mean this?

Student 6m: Yes, like that.

Teacher: Yes exactly, yes. Because it's growth, isn't it? It goes up faster and faster. Increasingly growing. I'll just add the letters. T in years [also writes N on the y -axis]. It's just a sketch, of course, but yes, exponential growth. In 2003 the average number of passengers was 1118 and in 2008 it was 1822. Now draw up the formula of N and take $t = 0$. Hey, student 7m, how did you do this?

[Pause]

Teacher: I think you can hear me, student 7m?

Student 7m: I didn't know how to do this.

Teacher. Sorry, you had no idea how to do this?

Student 7m: No.

Teacher: First I ask you the following question. Exponential growth, what is the general formula, student 7m? I have to make a formula of N . Remember the general form?

Student 7m: Um, no.

Teacher: Student 7m, did you take a good look at it? It is mentioned in the book. Hey, student 8f, what's the general shape?

Student 8f: $N = b * g^t$.

Teacher: Yes, $N = b * g^t$. And think back to last week when we talked about linear growth. $y = ax + b$. Exponential growth, $N = b * g^t$. You have to memorize those two as well, get out, yes you have to know them. You just have to know that. Hey, student 9m, what is data here, say the two points given?

Student 9m: Eh, in 2003 and 2008.

Teacher: Yes, and in 2003 how many were there then?

Student 9m: Eh, 1118.

Teacher: Yes, and what is t , in 2003?

Student 9m: Eh, 3.

Teacher: Yes exactly, because t is 0 in 2000, huh? And the other point, that will be 2008. Just a sketch, eh, I'll put it here. What is it then?

Student 9m: 8

Teacher: Exactly, and the amount that goes with it is in that case?

Student 9m: 1822.

Teacher: Yes, perfect. So actually guys, and why am I drawing this? Well, you see at one of those exercises before, you got this graph, then you got a graph with two points.

Yes, they do that sometimes, then they give a graph with two points. Or a story that shows two points. The point is to make sure there are two points. That t , and I'll write it down for a while now, if $t = 3$, then N is 1118, which is what student 9m just said, right? And if $t = 8$, then N is exactly equal to 1822. Hey, for the elaboration that sketch does not have to be included in itself, that is now more for the explanation. Uh, but how do I calculate the growth factor? Student 10f, how did you do that?

Student 10f: Eh, the 5-year growth factor is 1822 divided by 1118.

Teacher: Is it about years? Yes. The growth factor of 5 years is, will you say it again? What have you divided?

Student 10f: divide 1822 by 1118.

Teacher: Yes, perfect. Hey, and what came out of that?

Student 10f: Oh, I hadn't calculated that, I would have... [interrupted by teacher]

Teacher: Oh, you just left it there. May, um, I'll just add it. This is coming out. [Teacher writes it on the board.] Like this. Well then you said right, then the growth factor is for one year ...

Student 10f: Is, um, divide 1822 by 1118 to the power $\frac{1}{5}$.

Teacher: Yes, of course that is also possible, huh? I don't necessarily have to calculate that decimal number. Hey, what did you end up with? You probably wrote them down?

Student 10f: Yes, 1.1026 ...

Teacher: And that's it. Yes, well beautiful. Then we will scroll a bit. Well, thank you, student 10f. Um, let's have a look. Student 11f, what do you think is the next step?

Student 11f: Eh, I first copied the formula, $N = b * 1.1026^t$ and then I had point $t = 3, N = 1118$.

Teacher: Yes, hey, could you have taken the other point as well, student 11f?

Student 11f: Yes, think so.

Teacher: Yes, it does not matter. One of those two points is good enough. Well, thank you, student 11f. Student 12m, what is the next step?

Student 12m: Calculate.

Teacher: Yes, certainly. But how?

Student 12m: Yes, I hadn't come that far yet. I only had the first piece and then I didn't know.

Teacher: Well, okay, now I have a formula with an N , ab and at . Just say, three unknowns, huh? And two unknowns are given, namely?

Student 12m: Well, fill in.

Teacher: Yes, it is still a matter of filling in. Hey, what do you get when you fill that in?

Student 12m: Eh, $1118 = b * 1.1026^3$.

Teacher: Perfect. Hey, what I sometimes do is that I immediately, sorry, I have to copy it well, put 1118 behind it. He is also allowed to do so, that does not really matter for the calculation. And then I have, say, my unknown left, right? Then I can continue right away. Well, if I have this now, student 12m, what will it be?

Student 12m: Uh, I don't know.

Teacher: Here is some decimal number b times and then this [points to 1118] has to come out, right? If I say to you, um ...

[Pause]

Teacher: $3x = 6$. What do you say then? Then x is equal to?

Student 12m: Two.

Teacher: Sure. But what do you actually do?

Student 12m: Should you start dividing, or?

Teacher: Yes, exactly. You actually divide, well, in the end 6 divided by 3. Only of course you don't think about that anymore, because you know that at once. But so, what am I supposed to do here? $B = ?$

Student 12m: Eh, divide 1118 by that 1 comma, that?

Teacher: Yes, exactly. 1 point one zero. Well, what comes out, student 12m? You have to type it in indeed.

Teacher: [...] For a moment, should I work with unrounded numbers here or not?

Student 13f: Yes.

Teacher: Yes, as I ask it might be logical that that is the answer, but indeed. You have to divide by the unrounded number. Do you have him?

Student 12m: 834?

[Pause, teacher checks with calculator]

Teacher: Yes, completely fine. 834. Perfect. So, um, I have to write the formula, so I still have to end with: so, $N =$. Is there something about rounding? No. Well, you say, let's do this [the b] on wholes. That growth factor, if it doesn't say anything, student 12m, how much should we round it off?

Student 12m: Eh, 2, or?

Teacher: Well, I can't say it's wrong, but usually we do 3.

Student 12m: Oh.

Teacher: Then it would be 1.10...?

Student 12m: 3.

Teacher: Yeah, then it should be 1.103, huh? But, again, you can basically know for yourself, huh, if nothing is included, but a bit of an unwritten rule is: just add three decimal places to the growth factor and make [the b] a whole number. If someone makes [the b] 830 of this, to make it a bit more rounded, to make round numbers out of it, that would be possible in itself. As long as you have shown what the exact number is. Then you could finish it a bit shorter here. But always show the intermediate answers properly, then you can hardly make a mistake. Hey, uh, clear? And at home guys too, clear? Say otherwise. Hey, formulate a formula for exponential growth, that will probably be asked, um, Friday. And I think that's what I said last week with that, um, linear growth, with linear relationships. They will probably ask for those formulas [at the exam]. "They" ... we [the exam makers]. Okay, also, um, very clearly part of this uh, chapter, was the reasoning of the saturation level. And, uh, student 13m, what am I not allowed to do when I see this question?

Student 13m: Um, start calculating?

Teacher: Exactly. I am not allowed to enter numbers or anything. Hey, so that I say well, I'll just fill in big numbers and then I'll see. In itself it is. If I enter very large numbers, then I do indeed see that at some point the same thing will come out every time and that is it. But we have to reason it out. Student 14f, do you have an idea how to do that? Reasoning where this formula will eventually go, to which number? How am I supposed to start with the reasoning again? That is equally crucial.

[Pause]

Teacher: Student 14f, if you take a look, huh, I'm just making a picture here. Take a look at the sign. T and N , huh? Actually, I want to know, the saturation level is some line where the graph gets closer and closer over time, closer and closer, but never quite against it. When does that happen? If I keep going more to the right. At some point it will come up against that, against that line. Maybe this can help, how should I start my reasoning?

[Pause]

Teacher: Can someone else help?

Student 15m: When t is very big?

Teacher: Yes, suppose t is very big. And so, you can't say: suppose I fill in, uh, for t , uh, ten million or something. Or even bigger, a billion. Is of course also very large, but I really have to reason. Suppose it is very large. If I already have that beginning, student 14f, do you have any idea how to proceed?

Student 14f: Eh, then $0.85 = 0$.

Teacher: To the power of t , yes. 0.85 times 0.85 times 0.85 becomes approximately 0 . Yes?

Student 16m: But what if that is a positive number, that 0.85 . Say, above 1 ?

Teacher: Yes, that's a good one. Yes, what will happen then. Then this will of course be super large, $20 + 13$ times something super large. That is also just super big. And 500 divided by something huge, is about?

Student 16m: Also, something big, or?

Teacher: Yes? What if I divide 500 by eh, eh, 100 billion?

Student 16m: Then it becomes very small.

Teacher: Yes, then it just becomes very small. Then it would go towards 0 . Now I can tell you...

Student 16m says, if this 0.85 , for the people at home, would be 1.10 or something, eh, at least greater than 1 , then you will indeed get a different situation. I can now also tell you that he will always be below 1 for these types of questions. But you can keep reasoning, for sure. Uh, well 0.85^t is about 0 , student 14f, you said that right. What would, what should I write next, student 17f? To finish that reasoning well.

Student 17f: Um, we have to move on to that 13 times 0.85^t .

Teacher: Yeah, what about that?

Student 17f: Also, about 0 .

Teacher: Yes, of course that will also be about 0 . You can also write like that. "About 0 ". And what is the next step, student 18f?

Student 18f: Eh, $20 + 13 * 0.85^t$.

Teacher: Yeah, $20 +$ that bit. So, every time, you actually increase the bit every time until I have the whole formula. Well, what will that be?

Student 18f: 20 .

Teacher: That's going to be about $20 +$ about 0 , that's going to be about 20 . Perfect. And what happens to $\frac{500}{20 + 13 * 0.85^t}$? Well, student 18f, can you do that too?

Student 18f: $\frac{500}{20}$

Teacher: That's going to be about $\frac{500}{20}$. And what comes from that?

Student 18f: 25

Teacher: 25. So if I enter a large number, it will give you about 25, then I will get to 25. Student 19m, so far, we have everything right, but then we want to get all the points. What do I have to do now?

Student 19m: Um, conclusion

Teacher: Yes, so?

Student 19m: So the saturation level is 25.

[Pause]

Teacher: You say: Is 20, huh? [Teacher accidentally writes it down wrongly]

Student 19m: Or, is approx.

Teacher: I wanted to ask that.

Student 19m: Oh, 25, sorry yes.

Teacher: It was 25, yes. Is it "about" or is it "is"?

Student 19m: Well, do "is".

Teacher: Yes, it is "is". Look, that formula comes, when I fill this in, eh, big numbers, I come to those 25. The saturation level is 25, which is getting closer to that formula. We'll call the saturation level exactly 25. Yes, well done. Beautiful. Um, next reasoning question. We have two types. Just up. One kind of: "What is the saturation level? Reason that." Or do they say, reason, and this is 63d, reason whether the graph is increasing or decreasing. Seems quite like it, but it is really a different question.

[Pause]

Teacher: Let's see.

[Pause]

Teacher: Um, student 20f, yes, student 20f, what am I supposed to do here? How do I start here?

Student 20f: Eh, that is always, what if t is very high?

Teacher: No, let's see. I'll just put it back [the screen]. We just had to start with, let's say it's very big. If I want a saturation level, I have to start with this. But where do I start with this. Student 21f, do you know that? Can you help?

Student 21f: Um, if t goes up.

Teacher: Suppose t rises. That's right. What happens then? Hey, so at the saturation level I start with: Suppose t is very large. And here I start with suppose t rises. Hey, I, I always do that with an arrow, I

think you sometimes have that in economics. I'm not entirely sure, but let's say t rises. You can of course also write ascending, you understand that. Hey, student 20f, if I do that, huh, what's next? Suppose t rises. What do I do now...?

Student 20f: Then 0.35^t is about 0.

Teacher: 0.35^t , yes that goes to... what I need to know for that, you are right, that it is heading towards 0 of course. But above all I have to tell you whether it is rising or falling. What happens to 0.35 if t keeps increasing. Hey, so 0.35 times 0.35 times 0.35 and so on. Will that be more or less?

Student 20f: Less.

Teacher: Right. So that goes down.

[Pause]

Teacher: Okay. Then I get, student 20f, which part should I look at now?

Student 20f: $1 - 0,35^t$.

Teacher: Perfect. Well, if $0,35^t$ decreases, what happens to $1 - 0,35^t$?

Student 20f: Also decreasing.

Teacher: Is that right, student 21f?

Student 21f: Um, yes, that goes down.

Student 22f: I had that it increases.

Teacher: It may be the strangest step.

[Students say something unintelligible]

Teacher: Have a look. Imagine: I'll do 1, I'll just do a number example. I'll take it away in a minute, but for myself, just to reason. 1, or I do $100 - 20$. Well, that's not that difficult, isn't it, that's 80. Just imagine that this bit, that which I take from the 100, keeps getting less and less. So that now becomes $100 -$, well, -15 . What comes out of that?

Student 23f: 85

Teacher: 85. $100 - 10$. What comes out of that? 90. Well, yes, you can feel it, $100 - 5$ or so. Is 95. Hey, so what's going on? So, if this number, which I subtract from the 100, becomes less... Hey, so let's take a look at this example, 0.35^t becomes less. I do $1 -$ something that decreases, what will be the outcome? Still correct, bigger. So, student 22f, you got it right. I'll take this away again. Uh, clearly guys? So, if something goes down, $1 -$ something that goes down, it just goes up. And then one more step, now I do $650 *$ well, something descending [teacher writes it down wrongly]. What happens if I do 650 or a number times something that goes down? Well...

Student 24m: Uh, well, it decreases too.

Teacher: Yes, that also just decreases. So, let's have a look, student 25f, what do I have to say? As a conclusion I mean actually.

Student 25f: Um, so the formula goes down.

Teacher: Yes, so the graph of N is going down.

Student 26f: I have something completely different and according to the answer book it was also good, so ... Because I had, say, 0.35^t rises and then the next one also and the one after that rises too, so ...

Teacher: Sorry, you said, 0.35^t goes up?

Student 26f: Yes, and then 650 times..., also increasing.

Teacher: Yes, but that's not entirely true. Look, 0.35. If you take 35% of something every time, it keeps getting less. So, the first step has to be real, which drops 0.35^t . This increases $1 - 0.35^t$. Well. Oh wait. Have we done anything right here? This is rising, oh guys, that last step, is it right? Student 27m?

Student 27m: Yes, I was just about to say, 650 times something that rises, that just still rises, right?

Teacher: Yeah, stupid. Wrong of mine, good that you said it. And good that you asked him, otherwise we would not have come out. Uh, guys. At home too. There was a mistake. $1 - 0.35^t$ goes up, so this one [$650 * (1 - 0.35^t)$] is also rising. Yes, that's why you looked at me like that, student 28m, didn't you?

Student 28m: What are you saying?

Teacher: That's why you looked at me like that. What did you think? "Is not true?"

Student 28m: No, I had no doubts.

Teacher: Okay, hey, my mistake. I should have said it. So, the graph of N , what do I have to make of it? Rises naturally. Excuse me. Clear at home?

Student 29f: But I still don't understand why 0.35^t falls, because if you just keep increasing it, it also rises.

Teacher: Well, if you just type in, huh? [To students at home] Student 29f asks here, why is it falling 0.35^t , you are actually saying that, aren't you? [Teacher writes on the board.] Well, um, imagine, I start with a starting amount of 100 and I do that times 0.35. What comes out of that?

Student 29f: Eh, 35.

Teacher: Yes, you can do that by heart, right? Then enter the next one. What happens if you do $35 * 0.35$?

Student 29f: Yes that's 5, but ...

Teacher: Well, no. What comes out of that?

Student 29f: 12.25

Teacher: 12.25. Then I do 12.25 times 0.35. What comes out of that?

Student 29f: 4, some more.

Teacher: 4.28... so huh? So, if I do something 0.35 every time, you see it getting less every time, right? I take 35% of the previous each time, actually. Do you see that?

Student 29f: Yes, but why does the answer book say that it is rising?

Teacher: Well, we have that in the end, right? Look?

Student 29f: Yes, no, but the answer book also states that it is rising.

[Teacher looks for answer, shows it via beamer]

Student 29f: Oh, no. Huh? Oh, I just got that wrong.

Teacher: Yeah, I think you missed that one or something. So that [that intermediate answer] is going down. That does not matter, but do you understand, by the way, that it is decreasing?

Student 29f: Yes.

Teacher: That's equally important, the most important. Fine. Well, I'll take this away for a while, that was just a number example. Okay, guys. Hey, then actually the last moments. Well, you are asked to draw up the formula of... well we said, just do 70a. We could also have done b, but it is basically the same thing, in the same way. But how, yes, how do I draw up that formula.

Teacher: [...] Student 30m, how did you start with this one?

[Pause]

Student 30m: Uh, take two points first.

Teacher: Yes, exactly. Uh, hey... Well, let's do it first. First two points. You, um, what points do you get?

Student 30m: Eh, then can, $t =$, eh, $t = 1$.

Teacher: Yeah, that one? There.

Student 30m: Yes.

Teacher: And which one else did you take?

Student 30m: And then, let's see, $t = 7$.

Teacher: Yeah, that looks great too, huh? There was something else: Take especially nice grid points, if they are there. They are not always there, but when they are. Well, these are the only two grid points, I think. So, you say indeed, and I write that down briefly: I will take the points, if t equals 1, which N belongs to that, student 30m?

Student 30m: Let's see... 30.

Teacher: Yes, exactly, because the first indent goes with 20 on logarithmic paper, right? And then this belongs to?

Student 30m: 30

Teacher: 30. Perfect. And $t = 7$. Maybe, um, student 31m, which number belongs to 7? So that's here. [Teacher points it out on the beamer]

Student 31m: Well, I didn't have 70, but I can have a look.

Teacher: Oh, you took another point?

Student 31m: No, I didn't quite understand 70, so I didn't make it.

Teacher: Okay.

Student 31m: Eh, 400 then? [On the recording you can hear another student whisper the correct answer.]

Teacher: Yes, exactly. 300 and then it is, isn't it? You don't have to add it in itself, but, um, if I go from 100 to 1000, then 100 will be added to each line. Okay, so $N = 400$. Well, that's the two points in itself, that's right. But now for a moment, what is the general formula here? Do you know that, student 32m?

Student 32m: Just $N = b * g^t$.

Teacher: Yes, and why? Because I see a straight line.

Student 32m: Because this is logarithmic paper.

Teacher: Right. So, then you actually have to write down first: A straight line, and pay attention guys, do an exclamation mark, a straight line on logarithmic paper, so it's an exponential relationship. In other words, $N = b * g^t$. But don't forget that you write down this first sentence [points to the beamer]. The most common mistake here, of course, is that something like $y = ax + b$ is written down. Hey, a straight line is made. You have to think about that. Um, I'm just looking at the time. In itself we just did this one, huh? If you have two points, how do you set up the formula for a line? So I scroll on for a moment. But please don't forget to write this [straight line on logarithmic paper, so $N = b * g^t$] first. Okay, then I'll show you at 70a, what the effect is, then you can check it out. See, this is him. Well, they had indeed, then I'll drop him by, they did indeed have the same points. $t = 1, N = 30, t = 7, N = 400$. How do I calculate the growth factor? 400 divided by 30, but then that is the growth factor for, from 1 to 7, of 6 steps, or for 6 days. You see here, student 32f, whatever you did, they don't calculate what comes out here, they say: Well, I do that number 400 divided by 30 all at once to the power of $\frac{1}{6}$. And then they'll write it down, that's fine. First write it down again, okay, then I'm ready. Then I just have to fill in a point. Namely, if $t = 1$, then $N = 30$. You can also take the other point, of course. Usually we take the smallest, you know. Just fill in and then again, student 33m, whatever we just had, huh, the division. Now you can finish rounding. So $N = 19 * 1,540^t$. The same applies here: Hey, there was nothing about rounding, no, so usually at three. Do you see that? Well, this one went a bit faster, but is it clear in itself? He's asked, guys,

Friday. He is asked. Okay, uh, well, why are we doing this? Because last week I ended up with, and then I have to look him up, with an extra, and that was this one, with an extra assignment. We did not get to that completely then. This was him, then we'll do the same. Then I drop by with students. Um, this was a linear relationship. So, student 33m, I always have to start by saying, okay, then is the general shape? Normally $y = ax + b$, but then I get here? Are you there? $B = ae + b$. And then I also have to write down how I calculate the slope, that it is not delta y divided by delta x, but in this case ΔB divided by Δe , then. Just make sure that the letters are correct. Well, you see here, again two points have been given, so they actually do that every time. And then we don't have a growth factor now, but a slope. Well, delta y divided by delta x, so here ΔB divided by Δe . 0.18. By the way, there is a small mistake here. It should be 0.18, it says 0.81 here. They do continue to compute with 0.18 luckily. Enter one more point. Then I arrive at a B of 94.1. So ... Always end with "so", huh? So, $B =$, well then you have the formula. Um, last time, just for a moment, it was said: "What is the standing fee and what is the price per kilowatt hour?" Do you know what the standing right is, student 34?

Student 34m: No.

Teacher: In such a formula? Does anybody know? Student 35m?

Student 35m: 94.1.

Teacher: Yes, that's really just the loose number, in other words, you always have to pay that. The standing right. And the price per kilowatt hour, student 35m? Then maybe you know it too?

Student 35m: Eh, 0.18?

Teacher: Then that is 0.18. Hey, the more you use, the more you have to pay that 0.18. So that is actually the slope, you could say. So, you actually did not have to calculate anything at b . You could just say that. Well, the last. Well, very briefly. Um, the Winkelman family has to pay 803.30. How much have they consumed? Solve. Yes, you have to equate that equation to 803.30. 94.1 to the other side. Then you get this. [Indicates on the beamer] And then divide by 0.18, but this may go a bit fast. Only 3,940 kilowatt hours.

[Teacher continues about the resit, the bell rings, class ends]

Appendix 9: Transcript of lesson 23115 in Dutch

Begin van de les, klaslokaal echoot ontzettend.

Leraar schrijft de stof op het bord en zet de beamer aan, leerlingen praten met en door elkaar.

Leraar: Eh, goedemorgen, sst. Eh, dames en heren, leerling 1f, heel gezellig dat je er bent, maar we hebben echt veel werk te doen. Eh, de mavo heeft al kunnen zien, eh, leerling 2m, volgens mij zijn we stil. Dan moet jij niet nog ...

Leerling 3m: Mevrouw!

Leraar: Nee, als je iets wil zeggen, steek je even je vinger op. Leerling 4m, als je iets wil zeggen steek je even je vinger op.

Leerling 4m: Ja, ja is goed.

Leraar: Dat is gewoon een hele duidelijke regel. Ik was iets later. Ik had net een klas met een toets, dus, eh, dan ga ik altijd even door tot de tweede bel. Eh, de mavoleerlingen die zien, eh, achter, eh, achter mij op het bord dat ze aan de slag kunnen met de DT-toets. Eh, ik heb even mijn, eh, les in OneNote gezet, maar zo op het bord ziet het er altijd iets anders uit dan thuis. *Met 'bord' bedoelt de leraar de beamer.* Dus ik ga deze even opschuiven, want dan kan de som iets groter en dan kan ik het ook lezen. Ik denk toch dat ik een bril nodig heb om te lezen.

Leerling 5m: U heeft toch al een bril?

Leraar: Ja, maar een leesbril. Ik denk dat toch mijn leeftijd een beetje begint mee te spelen.

Leerling 6m: Mevrouw?

Leraar: Ja?

Leerling 6m: Ik heb, eh, wel dit boek mee, maar ik ben dat boek waar alles in zit vergeten.

Leraar: Oh, lekker slim. Dan pak je even je laptop. Open je op je laptop Magister, eh, Getal en Ruimte en dan bij e-books staat het boek ook. Ik wil graag beginnen, dus eh, laten we even de juiste bladzijde erbij pakken. Ik heb de sommen van vwo dit keer, eh, heb ik er voorgetoverd. Ik denk: "Dat is ook wel fijn". Eh, gister zijn we, hebben we een begin gemaakt met de wortelformule en daar gaan we vandaag dus weer mee verder. En we zeiden gisteren ook al, het begin van de wortelformule, hè, zoals gisteren de factor buiten haakjes halen, dat was nog best wel lastig. Maar je zal zien, dat naar mate we verder komen, dat het steeds beter gaat. Oké, som 63 is som 33 voor de havo. Dat zet ik er wel even voor. Dus som 33 voor de havoleerlingen. Leerling 7m, volgens mij zijn we al begonnen. Oké? Dus ik schrijf met jullie mee, zorg dat je even de aantekeningen mee kan schrijven in je schrift. Leerling 8m, heb je een vraag?

Leerling 8m: Wat zei u?

Leraar: Heb je een vraag? Lukt het? Heb je het e-book gevonden?

Leerling 8m: Ja hoor, ik ben aan het zoeken.

Opdracht: Gegeven is de formule $y = 2 + \sqrt{x}$.

a) Vul de tabel in. Rond zo nodig af op één decimaal.

x	0	1	2	3	4	5	9
y	2	3					

b) De grafiek is een vloeiende kromme. Teken de grafiek.

c) Schrijf de coördinaten op van het beginpunt van de grafiek.

d) Op de grafiek ligt het punt P met een x-coördinaat 2500. Bereken de y-coördinaat van P.

e) Onderzoek met een berekening of het punt Q(110 $\frac{1}{4}$; 12 $\frac{1}{2}$) op de grafiek ligt.

f) Licht zonder berekening toe dat het punt B(15, 6) niet op de grafiek ligt.

Leraar: Meestal staat het rechts, eh, als je [iets onverstaanbaars] rechts in beeld. Leerling 9f, jij was er gister ook niet, dus dit wordt waarschijnlijk een intensieve les. Oké, laten we eens even kijken naar de formule. De formule die we hebben gekregen is $y = 2 + \sqrt{x}$. Wortel x was nooit negatief. Ja, dus hij begint altijd bij 0. Dus daar moeten we even goed om denken. De eerste opdracht is: vul de tabel in. Leerling 10m, hoe ga ik dat doen? De 0 staat al ingevuld, de 1 staat al ingevuld. Hoe komen ze aan die getallen.

Leerling 10m: Eh, je doet gewoon de x pakken.

Leraar: Oké, dus je pakt gewoon de x, ik pak bijvoorbeeld even 0. Dan staat er dus: $y = 2 + \sqrt{0}$.

Leerling 10m: En dan moet je gewoon de hele formule uitrekenen.

Leraar: De formule uitrekenen, dus dat is in ons geval 2. Dan ga ik ook even checken of het voor de andere past. Dus dan krijg je $y = 2 + \sqrt{1}$. Klopt dat dan?

[Pauze]

Leraar: Kan ik nou alles zomaar uit mijn hoofd uitrekenen? Wat denk je? Ik zie ook wel een beetje een probleem ontstaan, hè? Toch? Of niet, eh? Nee? Geen probleem?

Leerling 11f: Een soort [onverstaanbaar]

Leraar: Een soort?

[Veel leerlingen zeggen wat]

Leerling 12: [zegt iets over de uitkomst die een kommagetal wordt]

Leraar: Dan wordt het een kommagetal, heel goed. Hoe kun je dat dan, als je het niet uit het hoofd kan uitrekenen, hoe kunnen we dat dan doen?

Leerling 13: Rekenmachine.

Leraar: Inderdaad. Dus zorg even dat je rekenmachine erbij is.

Leerling 14m: Moet je alle sommen ook opschrijven?

Leraar: En alle sommen hoeft je niet op te schrijven, die laat ik even zien als voorbeeld. Eh...

Leerling 14m: Dus als je ze wel invult, hoeft je niet bij iedere weer de hele formule op te schrijven.

Leraar: Nee, nee, nee, nee, nee. Het gaat erom dat jij begrijpt dat, eh, als je die wortelformule in gaat vullen, dat je dat ook op de rekenmachine mag doen. En ik hoef niet alle berekeningen te zien van jullie. Komt helemaal goed. Oké, gaat dat eens even voor jezelf uitrekenen en dan hoor ik straks heel graag welke getallen ik in kan vullen. Iedereen gaat even de tabel van opdracht 33 of 63 uitrekenen. Dan gaan we straks even naar kijken van, hoe kom ik aan die getallen. Zijn ze goed?

[Pauze]

Leerling 15f: Mag je wel afronden op twee decimalen?

Leraar: Dat staat er, hè? "Rond zo nodig af op één decimaal." Dus je mag zelfs op één decimaal afronden.

[Pauze]

Leraar: Het staat ook in je boek, eh, leerling 16m. Opdracht 33.

Leerling 16m: Ik weet niet wat het huiswerk is.

Leraar: Wat het huiswerk is, staat ook in Magister, bij morgen. Ja. Maken 33, 35, 36ab en 37. En als je de tabel hebt ingevuld, dan mag je ook de grafiek, eh, alvast beginnen te tekenen.

[Leerlingen overleggen/praten wat met elkaar.]

Leraar: Sst.

[Leraar loopt rond en geeft hints.]

Leraar: Ik zie dat een aantal al klaar zijn en er zijn ook een aantal die moeten nog beginnen. Dus, eh, het gaat misschien wel een beetje snel als we zo de, de wortelformule met elkaar doornemen. Wie kan er al een antwoord geven bij 2? Als ik 2 invul in de formule, welk getal komt er dan uit, leerling 17f?

Leerling 17f: 3,4.

Leraar: 3,4. Had jij dat ook, leerling 18f?

Leerling 18f: Ja.

Leraar: Ja? Jij ook, leerling 19m?

Leerling 19m: Nee.

Leraar: Nee, of was je nog niet zo ver?

Leerling 19m: Ik was niet zo ver.

Leraar: Oké, dus als ik het getal 2 onder de wortel doe... dan gaat mijn pen [op de beamer] in één keer weer weg, heb ik per ongeluk op een knopje gedrukt. Dus je krijgt het getal 3,4. Als ik 3 invul, leerling 20m, wat heb jij dan uitgerekend? $y = 2 + \sqrt{3}$.

Leerling 20m: Eh...

Leraar: Heb je het al uitgerekend? Waar is je rekenmachine? Oké. Voor eens in op je rekenmachine. $y = 2 + \sqrt{3}$. Leerling 21f, heb jij al het antwoord?

Leerling 21f: Ja, 3,7.

Leraar: 3,7. Heel goed. Hé, die 4 kunnen we eigenlijk wel uit ons hoofd, hè? Want $\sqrt{4}$ weten wij natuurlijk het antwoord van, toch? Leerling 22f?

Leerling 22f: De wortel van 4 is 2.

Leraar: Ja, $2 + 2$ is inderdaad 4, dus die weten we uit ons hoofd. Kunnen wij $\sqrt{5}$ ook uit ons hoofd weten?

Leerling 23: Nee.

Leraar: Nee, dus daar hebben we een rekenmachine voor nodig. Heb jij toevallig een antwoord, leerling 24m?

Leerling 24m: 4,2?

Leraar: 4,2. Ik spiek even. Perfect. En 9 kunnen we die ook uit ons hoofd uitrekenen? Wortel 9 die kennen wij. Toch, leerling 25m?

Leerling 25m: Dat is 3.

Leraar: Dat is 3, hè? Dus dan krijgen we eigenlijk de som $2 + 3$. Nou, dat is natuurlijk 5. En als we deze gegevens in een grafiek gaan zetten, dan weten we natuurlijk dat we alleen positieve getallen krijgen. Dus we maken met z'n allen een grafiek. Vullen natuurlijk de 0, de x en de y in. En we zien natuurlijk dat de x tot en met de 9 gaat en de y tot en met de 5. Dus zorg dat 'ie groot genoeg is.

[Pauze]

Leraar: En dan mag je alle punten netjes invullen en die verbinden we dan met een vloeiende kromme, zoals we dat noemen in de wiskunde. Een mooie vloeiende lijn. Ja? Dus de punten gaan we met elkaar invullen. Coördinaten. (1,3), (2; 3,4).

[Pauze]

Leraar: Even mooi verbinden met een lijn, dat is altijd een truc hiermee.

[Pauze]

Leraar: Wat valt je op als je deze vloeiende kromme tekent?

Leerling 26f: Dat 'ie heel [iets onduidelijk] zit.

Leraar: Ja, maar dat was 'ie in het boek ook, toch? Bij ons voorbeeld? Daar begon 'ie ook bij 0 en liep 'ie heel voorzichtig zo omhoog?

Leerling 27f: Dat 'ie bij 2 begint.

Leraar: Hij begint bij 2, ja. Dus hij ligt 2 hoger. Kijk eens naar je wortelformule. Klopt dat dan ook? Dat 'ie twee hoger begint?

Leerling 28: Ja.

Leraar: Door welk getal komt dat, leerling 28f?

Leerling 28f: 2.

Leraar: 2, hè? Dus we zien aan de wortelformule, zien we hier een tweetje staan. $y = 2 + \sqrt{x}$, dus dan weten we, de hele wortelformule begint dus twee hoger. En zo kunnen we aan de formule al heel veel dingen aflezen. Eh, nou als je hier nog niet mee klaar bent, dan kun je er straks mooi even mee verder. Ik wil graag met zijn allen even kijken naar opdracht d.

Leerling 29f: D van nog steeds 33?

Leraar: D van nog steeds 33, inderdaad. Dus kijk even mee naar opdracht d in je boek. Daar staat: "Op de grafiek ligt het punt P met x-coördinaat 2500." Daar moeten we de y-coördinaat van berekenen. Dus ik schrijf van eventjes op: 'Punt P heeft een x-coördinaat van 2500.' En de y, die gaan we uitrekenen. Hoe ga ik dit aanpakken?

Leerling 30m: $x = \dots$ en dan in de formule invullen?

Leraar: Heel goed! Dus dan schrijf ik op: ' $x = 2500$ '. En dan schrijf ik daar altijd achter 'geeft' en dan gaan we het in de formule invullen. Dus probeer...

Leerling 31m: Eh, $2 + \sqrt{2500}$.

Leraar: Heel goed! Dus dan gaan we dat netjes invullen, $y = 2 + \sqrt{2500}$ en dat mogen we uit gaan rekenen.

Leerling 32: Waar?

Leraar: Op de plek van x zet ik toch 2500? Voer dat nou eens in, in de rekenmachine. Wat er dan uitkomt?

Leerling 33m: 50

Leraar: Waar komt 50 uit?

Leerling 33m: Eh, bij die som.

Leraar: Dus eigenlijk krijg ik de som $2 + 50$. Want die had je eigenlijk al bedacht in je hoofd, hè?

Leerling 33m: Ja.

Leraar: Ja, ik zag het al gebeuren, ik denk: 'Die heeft vast al het antwoord in zijn hoofd.'. Nou, $2 + 50$, daar weten wij het antwoord op, dat is 52. Dus wat kan ik nu, leerling 34f, op de plek van het vraagteken invullen?

Leerling 34f: 52.

Leraar: 52, inderdaad. Had dat verwacht, eh, dat, eh, sst, leerling 35f, als je iets wil zeggen, steek je even je vinger op. Hadden jullie verwacht, dat als je een x-coördinaat van 2500 hebt, dat je dan maar een y hebt van 52?

Leerling 35m: Eigenlijk wel.

Leraar: Eigenlijk wel, waarom?

Leerling 35m: Omdat 'ie zeg maar, zo heel bol gaat en dan stopt 'ie eigenlijk bijna.

Leraar: Hij stopt op een gegeven moment, en dan gaat 'ie heel langzaam nog groeien, hè? Dat zien we hier eigenlijk ook al gebeuren. We zijn gestopt bij 5, bij $x = 5$ en toen gingen we naar 9 en toen zijn we eigenlijk maar 0,8 gegroeid. Zien jullie dat het verschil van 4,2 naar 5 eigenlijk alleen maar 0,8 is? Dus hij groeit heel langzaam. Eh, we gaan onderzoeken of de of ons punt Q op de lijn ligt. Hoe gaan we dat dan doen?

Leerling 36f: Je moet $110 \frac{1}{4}$, eh, dat is de x .

Leraar: Heel goed, dus ik schrijf even op: 'Punt Q is dus $(110 \frac{1}{4}; 12 \frac{1}{2})$ '. Eh, op de grafiek, dus dat gaan we even onderzoeken. Onze x is inderdaad $110 \frac{1}{4}$. Die ga ik dus invullen, dus dat geeft: $y = 2 + \sqrt{110 \frac{1}{4}}$. Hebben jullie het al ingevuld op je rekenmachine?

[Onhoorbare reactie.]

Leraar: Doe dat dan even, want dan kunnen we kijken of het antwoord klopt. Leerling 37m is bezig, leerling 38m, ik zie niet een rekenmachine.

Leerling 38m: Nee, die heb ik niet bij me.

Leraar: Je hebt toch een laptop voor je staan? Daar zit ook een rekenmachine op. Dan ga je die maar even openen, want ik wil dat je meedoet. Leerling 39f, even invoeren op de rekenmachine. Yes?

Leerling 40m: Mag je ook, eh, op je rekenmachine, eh, in plaats van de wortel van $110 \frac{1}{4}$, mag je ook doen $110,25$?

Leraar: Heel goed, doe ik ook altijd. Ja. Ik ga $\frac{1}{4}$ ook altijd, inderdaad, vertalen naar 0,25, want dat is makkelijker.

Leerling 40m: Ja, want anders doet 'ie hem meteen onderste boven.

Leraar: Ja, doe ik ook. Heel goed, ja. Komt het antwoord eruit, leerling 41f?

Leerling 41f: [onverstaanbaar]

Leraar: Heel goed, en dan is 12,5 is inderdaad hetzelfde als $12 \frac{1}{2}$. Nou, hier komt dus blijkbaar...

Leerling 42f: Maar het is 10,5?

Leraar: Hoeveel?

Leerling 42f: 10,5.

Leraar: Heb jij het uitgerekend?

Leerling 42f: Ja, ik heb het in mijn rekenmachine gedaan.

Leerling 43m: Ja, maar je moet nog 2 erbij doen.

Leraar: Heel goed. En als je dat zo hebt gedaan, dan zie je dus: Hé, dat punt ligt inderdaad op de grafiek. Als ik dit zo op de toets invul, krijg ik dan alle punten? Of moet ik er nog, dat antwoord nog netjes opschrijven?

Leerling 44f: Ik heb nog gewoon = en dan weer 12,5.

Leraar: Ja, maar dan krijg je niet alle punten op de toets. Want er staat: "Onderzoek met een berekening, nou, ik heb een berekening, of het punt op de grafiek ligt." We moeten nog een conclusie geven. Dus?

Leerling 45m: Mevrouw, is 10,5 ook $10 \frac{1}{2}$?

Leraar: Ja. Dus? Leerling 46f, maak er eens een mooie zin van? Dus

Leerling 46f: ($110 \frac{1}{4}$; $12 \frac{1}{2}$) ligt op de grafiek?

Leraar: Ja, dus kan ik ook gewoon zeggen: Dus punt Q ligt op de grafiek?

Leerling 46f: Kan ook.

Leraar: Oké, gaan we dat even doen, gaan we de weg van de minste letters. Dus punt Q ligt op de grafiek. Dat moet er wel altijd even bij, want anders mis je net die ene punt. Dat zou toch zonde zijn, als je zo'n mooie berekening hebt gemaakt en je mist net die ene punt. Nou, nu komt er wel een hele mooie vraag, de laatste, f. Licht zonder berekening toe dat het punt R(15,6) niet op de grafiek ligt.

Leerling 47m: Zonder berekening?

Leraar: Zonder berekening. Dus ik moet eigenlijk gaan redeneren, waarom dit punt niet op de grafiek kan liggen.

Leerling 48f: Omdat er een kommagetal uit moet komen, want 15 kan niet, eh, geen, eh, hoe heet dat ook alweer?

Leraar: Heel goed, als je $\sqrt{15}$ doet...

Leerling 48f: Komt er een kommagetal uit.

Leraar: Ja, dan komt er inderdaad een kommagetal uit, want $\sqrt{15}$ is natuurlijk helemaal niet een mooi getal, hè? Wat we makkelijk terug kunnen vinden. Heel goed gevonden. Ja. Hé, ik had al gezegd dat jij zo het antwoordenboek kan schrijven, maar dat is echt zo, leerling 48f.

Leerling 48f: Wat?

Leraar: Jij kan zo het antwoordenboek schrijven. Bij mij staat precies hetzelfde.

Leerling 49f: Oh, echt?

Leraar: Ja.

Leerling 49f: Yes!

Leraar: Dus hoe kan dat nou? Nou, 15, als je $x = 15$ invult, daar komt een kommagetal uit. Want 16 is natuurlijk het getal 4, maar 15 is een kommagetal.

Leerling 50f: Dus, hoe kan je het dan opschrijven?

Leraar: Nou. Leerling 49f, hoe schrijf jij het op?

Leerling 49f: Uit 15 komt een kommagetal.

Leraar: Precies, dus kan het punt (15,6) niet op de grafiek liggen. Heel goed.

Leerling 50f: Mag je ook [iets onverstaanbaar]?

Leraar: Mag ook. Goed gevonden.

[Pauze]

Opdracht: Met de vuistregel $d = 3,6 \sqrt{h}$ kun je benaderen hoe ver je kunt kijken als je bij helder weer aan het strand over de zee uitkijkt. Hierin is d de kijkafstand in km en h de hoogte in meter waarop je oog zich boven de zeespiegel bevindt. Ga in deze opgave uit van helder weer.

- a) Noëlle kijkt vanaf een duin over de zee uit. Haar ooghoogte is 51,5 meter. Is het zicht meer of minder dan 25 kilometer? Geef een berekening.*
- b) Lauren staat op het strand en kijkt over de zee. Zijn ooghoogte is 175 cm. Hoe ver kan Lauren kijken? Geef je antwoord in km en rond af op één decimaal.*
- c) Carlijn beweert: 'Ga je twee keer zo hoog staan, dan kun je twee keer zo ver kijken.' Ben jij het met haar eens? Licht toe.*

Leraar: Als je klaar bent, eh, met het schrijven van de zin, kan je vast even opdracht 64 lezen voor jezelf. Dat we even goed met elkaar gaan kijken, wat lezen we hier? Wat moeten we gaan doen? De rekenmachine is klaar denk ik.

Leerling 51m: Dat is bij ons 35?

Leraar: Dat is bij jullie inderdaad 35. Goed gevonden. Zet ik er zo even bij. Dus 35 voor de havo. Lees even goed de opdracht. Leerling 52m, 'opdracht lezen' betekent je mond dicht en gewoon gaan lezen.

Leerling 53m: 64?

Leraar: Bij jullie 64 inderdaad. Even goed lezen wat we hier moeten doen.

[Leraar gaat kijken bij leerlingen die met andere stof aan het werk zijn]

Leerling 54m: Mevrouw, is dat $d = 3,6 \sqrt{h}$, moet ik dan 3,6 keer \sqrt{h} doen?

Leraar: Waarom moet ik 3,6 keer \sqrt{h} doen?

Leerling 54m: Omdat er niks tussen staat?

Leraar: Omdat er niets tussen staat en dan staat er eigenlijk dat ze keer elkaar moeten. Goed gevonden. Yes.

Leerling 54m: Oké.

Leerling 55f: Eh, mevrouw?

Leraar: Ja?

Leerling 55f: Kan je die 51,5 uit de vraag gewoon inzetten?

Leraar: Waar kan je die gewoon inzetten, leerling 55f?

Leerling 55f: Op de h ?

Leraar: Op de plek van de h , want wat wil je namelijk berekenen? Heel goed. We hebben een vuistregel. Ik schrijf hem nog even wat duidelijker op hier.

Leerling 55f: Ja, ik wil gewoon ook met dat meter en centimeter dat dat uitmaakt, of niet?

Leraar: Dat maakt, inderdaad, heel zeker uit. De formule die we hebben gekregen is $d = 3,6 \sqrt{h}$. Hé, ik heb hier niet te maken met x en y , ik heb hier te maken met d en h . Maar daar verandert natuurlijk niks aan, hè? Wat is nu mijn x ?

Leerling 55f: h .

Leraar: Inderdaad, h . Wat is nu mijn y ?

Leerling 55f: de d .

Leraar: de d . Hé, maar nu ga ik nog eens even goed kijken, wat betekent deze letter d ? Wat ga ik dan uitrekenen?

Leerling 56f: De kijkafstand in kilometers.

Leraar: Heel goed, dat ga ik er even onderzetten. Dus het is de kijkafstand, let op, in kilometers. Oké...

Leerling 57f: Moeten we hem niet even omrekenen naar kilometer?

Leraar: Nou, dat hoeft niet per sé, want waar staat de h namelijk voor?

Leerling 58m: Meters.

Leraar: Meters, inderdaad.

Leerling 57f: Oh, haha.

Leraar: Maar wat betekent dan de h ? Dat is de?

Leerling 58m: Hoogte.

Leraar: Hoogte in meters. Dat zet ik er even bij. Dus, let op, ik moet de hoogte dus in meters in gaan vullen en dan komt de kijkafstand in kilometers daaruit. En nu, toen zei, leerling 59f, mag ik dan zo maar dat getal 51,5 invullen? Want dat is toch h ooghoogte? Mag dat dan?

Leerling 60f: Wel, omdat dat meter is, maar die daarna mag niet, omdat dat centimeter is.

Leraar: Heel goed, dus ik kan hier eigenlijk bij a invullen. Mijn h is dus 51,5, die mag ik dus in gaan vullen. Dat geeft dus de volgende formule. Je ziet dat ik steeds dezelfde letters gebruik. Dat geeft dus de formule $3,6 \text{ keer } \sqrt{51,5}$ en daar komt een antwoord uit. Dus die vul je netjes in op je rekenmachine. Dat kun je natuurlijk niet uit je hoofd doen. Dus dan krijg je $3,6 \text{ keer } \sqrt{51,5}$, wat komt daar dan uit?

Leerling 61f: Eh, afgerond op twee decimalen 25,83.

Leraar: 25,83. Mag ik dan zomaar opschrijven 25,83 of staat er achter de 83 nog allemaal getalletjes?

Leerling 61f: Met puntjes erbij.

Leraar: Ja, inderdaad, dus als ik 25,83 krijg ik daar puntjes achter.

[Leerlingen praten door elkaar tegen de docent]

Leraar: Nee, je mag dit alleen goed rekenen als je [onverstaanbaar].

Leraar: Hé, en die 25,83, waar staat dat voor?

Leerling 62f: Kijkafstand in kilometer

Leraar: Dat staat inderdaad voor de kijkafstand in kilometer. Goed zo, dus als ik antwoord moet geven op mijn vraag: "Is het zicht meer of minder dan 25 kilometer?" Hoe ver kan ze kijken?

Leerling 63f: Ze kan 25,83... kilometer ver kijken

Leraar: Dus?

Leerling 64m: Eh, ik had $d =$ ongeveer 25 kilometer.

Leraar: Kan ze verder... Even goed nadenken jongens. Kan ze verder kijken dan 25 kilometer of niet?

Leerlingen: Ja

Leraar: Dus antwoord? Dus?

Leerling 65f: Ja

Leraar: Dus ja, ze kan verder kijken dan 25 kilometer. Lukt het met de verhoudingstabel jongens?

Leerlingen: Ja.

Leraar: Ja? Bij jou ook leerling 66m?

Leerling 66m: Jawel.

Leraar: Yes?

[Leerling stelt een vraag.]

Leraar: Oké, ik heb te maken een ooghoogte van 175 centimeter. Let op. Dus mijn h is ons geval 175 centimeter. Mag ik die zomaar invullen?

Leerling 67f: Nee.

Leraar: Nee, want ik moet hem om rekenen naar?

Leerling 67f: naar meters.

Leraar: Dat is?

Leerling 67f: 1,75?

Leraar: Ja, klopt dat, leerling 68f? Is 175 centimeter, 1,75 meter?

Leerling 68f: Misschien 0 komma?

Leraar: Misschien 0 komma. Wie zegt: 'Ja hoor, dat is goed.'? Leerling 69m?

Leerling 69m: 1 komma of 0 komma?

Leraar: Is die 1,75 meter is dat goed?

Leerlingen: Ja

Leraar: Ja, want hij is er inderdaad twee plekken bij vandaan, hè? Mag ik dan nu die 1,75 invullen in mijn wortelformule?

Leerling 70m: Ja, ja.

Leraar: Dan gaan we dat doen. Dus dan krijgen we de mooie formule van $d = 3,6 \text{ keer } \sqrt{1,75}$. Nou, wat komt daaruit?

[Pauze]

Leraar: Even invullen op je rekenmachine, ik zie een aantal dat al doen.

Leerling 71m: Mevrouw?

Leraar: Ja.

Leerling 71m: Bij c staat, ...

Leraar: Ja, maar zo ver zijn we nog niet, leerling 71m. Ik wil eerst even het antwoord van b, dan kijken we zo even naar c. Leerling 72f, had je hem al?

Leerling 72f: Ja.

Leraar: Wat had je opgezocht?

Leerling 72f: Afgerond 4,76.

Leraar: En staan er achter die 76 nog getallen?

Leerling 72f: Eh, ja.

Leraar: Ja, dus zet ik er puntjes achter. Dat betekent dat het nog een heel lang kommagetal is. Dus conclusie, afgerond? Hoe ver kan ze kijken? Rond af op 1 decimaal.

Leerling 72f: 4,76

Leerling 73m: 4,8

Leraar: 4 komma?

Leerling 73m: 8

Leraar: 8. Gaan we daar even een mooie zin van maken. Dus? Dus ze kan verder kijken... Dus ze kan verder kijken... is het een ze? Ja. Nee. Het is een hij. Nou ja, maakt niet uit. Dus hij kan verder kijken dan 4,8 kilometer.

Leerling 74f: Maar daar gaat het niet om. Er staat: 'Hoe ver kan hij kijken?'.

Leraar: Geef je antwoord... Ja, hoever, maar als je alleen zo'n antwoord geeft met zo'n som is dat niet voldoende. Dat willen ze echt wel graag zien.

Leerling 75f: Maar hij kan niet verder kijken. Hij kan kijken tot...

Leraar: Ja, ja, ja. Helemaal goed. Prima. Gaan we naar c. Nou, leerling 76m, je had daar een vraag over. 'Ga je twee keer zo hoog staan, dan kun je twee keer zo ver kijken.'

Leerling 76m: Nee, ik denk 3,6 keer, omdat er 3,6 voor staat.

Leraar: Nou, kunnen we wel eens even zien. Hoe kunnen we dit nou gaan onderzoeken? Hoe kunnen wij nou gaan onderzoeken of dat echt waar is, dat als je twee keer zo hoog gaat staan, dat je ook twee keer zo ver kan gaan kijken?

Leerling 77f: [zegt iets over getallen invullen]

Leraar: Oké, kan ik dan de plek van b gebruiken? Kan ik dan zeggen van: Hé, ik heb die 1,75 meter. Wat als ik die nou twee keer doe? Oké, dus twee keer 1,75 doen. Wat krijg ik dan? Hoeveel meter krijg ik dan?

Leerling 78f: 3,5.

Leraar: 3,5. Dus als ik die 3,5 in ga vullen in mijn formule, zou dat dan ook twee keer zoveel worden dan die 4,8. Nou, dat gaan we even onderzoeken.

[Pauze, leraar schrijft op het bord: $d = 3,6 \sqrt{3,5} =$]

Leerling 79f: Volgens mij nee.

Leraar: Volgens mij nee hoor ik. Klopt dat leerling 80m? Heb jij dat ook uitgerekend? Wat komt er uit 3,6 keer $\sqrt{3,5}$?

Leerling 80m: [iets onverstaanbaars]

Leraar: Ja, dat heb je uitgerekend, want je was al klaar. Ja, wie o wie?

Leerling 81f: 6,73

Leraar: 6 komma?

Leerling 82m: 6,73

Leraar: Oké, 6,73...

Leerling 83f: Ik heb 6,9.

Leraar: Ach, joh. Dan heb je waarschijnlijk ergens een klein tyfoutje gemaakt. Is dit nou twee keer zo ver? We hadden gezegd, ik maak het even rood [op de beamer], is het 4,76. Is dat dan twee keer zo ver? Hoe kan ik dat nu gaan bewijzen? Wat is twee keer 4,76? Reken dat eens uit. Als ik twee keer 4,76 doe, wat komt daar als antwoord uit?

Leerling 84f: 9,52.

Leraar: 9,52 en als je het tussengetal hebt gebruikt, krijg je er nog allemaal getalletjes achter. Hé, is 6,7 echt 9,52?

Leerling 85f: Nee.

Leraar: Nee. Dus heeft hij gelijk? Nee. Had jij gelijk, leerling 86m?

Leerling 86m: Eh, nee?

Leraar: Nee, hè. Nee, want jij had bedacht: 'Oh, ik heb iets bedacht in mijn hoofd, dat is vast goed.' Maar dat is ook niet helemaal waar dus.

Leerling 86m: Nee, omdat die wortel er stond.

Leraar: Ja, dus maak hier nog even een mooie conclusie van en dan kan havo zelfstandig verder werken en vwo heeft nog een klein stukje theorie erbij. Leuk hè, leerling 87m? Zin in! Ja, dus we kijken nog even verder in het boek. Dus havo kan aan het werk. Leerling 87f?

Leerling 87f: [iets onverstaanbaars.]

Leraar: Ja, ja, heel goed. Prima, leerling 87f. Eh, leerling 88f, leerling 89f en leerling 90m, we kijken nog even verder met de nieuwe theorie op bladzijde 158, theorie B. Sst. Eh, ik zie geklieder in een schrift wat niet van jou is. Nee, gaan we niet doen. We hebben nog een nieuw stukje...

Leerling 91f: [iets onverstaanbaars.]

Leraar: Snap ik, maar dat is niet de som die erin komt, want ik ben al klaar met de som.

Leerling 91f: [iets onverstaanbaars.]

Leraar: Nee, dat snap ik. Lees maar even mee in jullie boek met de nieuwe theorie. Daar staat, eh, \sqrt{ab} ...

Leerling 92m: Waar staat dat?

Leraar: Nou, dat staat op bladzijde 158, zei ik net. \sqrt{ab} gaan we splitsen in wortel a keer wortel b. Zien jullie dan wat ze doen met het voorbeeld van $\sqrt{9x}$? Zien jullie wat ze daar mee doen?

Leerling 93m: Oh ja.

Leraar: Kan je dan in eigen woorden vertellen wat ze doen met die wortel $\sqrt{9x}$?

Leerling 93m: Ja, ze splitsen eerst de 9 en de x . En dan doen ze de $\sqrt{3}$, of, de $\sqrt{9}$ en dat is 3 en doen ze drie keer \sqrt{x}

Leraar: Dus wat ze eigenlijk doen, is: ze gaan eigenlijk wat onder het wortelteken staat, gaan ze eigenlijk uit elkaar trekken als het ware. Dus dan krijg je $\sqrt{9}$ keer \sqrt{x} . En $\sqrt{9}$ weten wij, dat is natuurlijk 3. Dus dan hou ik over: $3\sqrt{x}$. Eh, dit gaan wij dus doen met opdracht 66. En die gaan we dan ook even netjes opschrijven. Bij opdracht 66a staat het volgende. Daar staat: $y = 5 + \sqrt{10x}$. Hoe ga je deze wortel nu, hoe ga je deze 10 nou onder de wortel vandaan halen? Want ik wil uiteindelijk alleen maar herschrijven naar de vorm $y = 5 + a$ keer \sqrt{x}

Leerling 94m: Gewoon, eh, gewoon de $\sqrt{10}$ keer \sqrt{x} .

Leraar: Dus dan gaan we even netjes opschrijven. Dan krijg je de volgende som. $\sqrt{10}$ keer \sqrt{x} , toch? Dan krijg ik wat jij zegt.

Leerling 94m: Ja.

Leraar: Ja. Hé, $\sqrt{10}$, als ik dat, eh, uit mijn hoofd ga doen, kan dat? Is dat een mooi rond getal? Of krijg ik dan een kommagetal?

Leerling 94m: Eh, ongeveer 3,16.

Leraar: Ongeveer 3,16. Dus hoe ziet dan mijn nieuwe wortelformule eruit?

Leerling 94m: Eh, $3,16 x$, eh, \sqrt{x} ...

Leraar: We hebben ook nog die 5, hè?

Leerling 94m: Ja, en dan $3,16 \sqrt{x}$.

Leraar: Mag ik nu ook nog die 3,16 optellen bij die 5?

Leerling 94m: Ja.

Leraar: Waarom?

Leerling 94m: Oh, nee.

Leraar: Waarom niet?

Leerling 94m: Omdat er een wortel achter staat.

Leraar: Ja, het zijn niet dezelfde termen, hè? Want ik zeg, als het niet dezelfde termen zijn, dan laten we ze dus met rust.

Leerling 94m: Alleen als er een keer of gedeeld door...

Leraar: Precies, alleen kijk, deze [wijst op $\sqrt{10}$ keer \sqrt{x}] is iets keer iets, dus dan trekken we ze bij elkaar. Gaan we even naar de volgende. Bij b, bij b staat $y = 5 + 3\sqrt{0,2x}$. Ik wil uiteindelijk weer naar deze vorm toe, naar $5 + a\sqrt{x}$. Dus hoe ziet dan nu mijn volgende stap eruit? Die 0,2 moet dus weg onder de wortel. Ik wil daar alleen een x overhouden.

Leerling 94m: Eh, $3\sqrt{2}$ keer \sqrt{x} ? [Leerling zegt het verkeerd, bedoelt het goede.]

Leraar: Dus dan krijgen we $5 + 3\sqrt{0,2}$ keer \sqrt{x} . Nou, dit is natuurlijk nog niet helemaal netjes, hè? Want ik wil één getal er graag voor krijgen, dus ik krijg waarschijnlijk weer een kommagetal. Doe dat eens even met je rekenmachine, wat krijg ik dan?

Leerling 94m: Ongeveer 0,44, eh, 45.

Leraar: Leerling 95f, rekenmachine even erbij, even meedoen.

Leerling 94m: Ongeveer 0,45.

Leraar: Dus als ik 3 keer $\sqrt{0,2}$ doe, krijg ik 0,45? Klopt dat?

Leerling 94m: Oh, nee. 3,45 dan.

Leraar: Ik haal eens even mijn rekenmachine erbij.

Leerling 94m: Oh, nee, dan moet je 3 keer 0,45 doen.

Leraar: Wat moet je nou doen? Laten we ons even houden bij theorie 1. Wat is 3 keer $\sqrt{0,2}$?

Leerling 94m: 1,35.

Leraar: [toetst het in op de rekenmachine] 3 keer $\sqrt{0,2} = 1$ komma?

Leerling 94m: 35.

Leraar: Ja, echt waar? 1,341 staat op mijn rekenmachine.

Leerling 94m: Oh, ik had 3 keer 0,45 gedaan.

Leraar: Maar ik heb toch $\sqrt{0,2}$.

Leerling 94m: Oh, maar dit is afgerond.

Leraar: Nee, maar je kan niet zomaar iets gaan afronden. Je moet echt dit stukje, dit stukje, de drie keer die wortel 0,2 moet je zo invoeren op je rekenmachine. Dus, wat krijg ik dan? $5 + 1,34 \sqrt{x}$. Ben ik dan klaar? Hallo? Ben ik nu klaar?

Leerling 94m: Eh, ja, dat denk ik wel.

Leraar: Ja? Dus dan is dit mijn eindantwoord? Is dat dezelfde vorm als die daarboven staat, leerling 96m?

Leerling 96m: Ja.

Leraar: Ja, dan zijn wel klaar. Dan mogen jullie c zelf doen. Valt het mee?

Leerling 97: Jawel

Leraar: Jawel, hè? Gewoon even oefenen

[Bel gaat]

Leraar: Dit was de opruimbel.

[Leerlingen worden rumoeriger, leraar loopt nog wat rond en kijkt bij wat leerlingen naar hun werk.]

Leraar: Dit is niet onze verhoudingstabel zoals we hem hebben geleerd.

Leerling 98m: Ja, ik weet niet meer.

Leraar: Hallo, dan blader je even terug in je boek.

Leerling 98m: Ja, weet ik, maar...

Leraar: Kijk eens eventjes.

Leerling 98m: Oh, hier.

Leraar: Ja! En hier staat nog een uitleg bij.

Leerling 98m: Oh, maar die heb ik niet gezien. Ik heb wel, eh...

Leraar: Deze uitleg kan ik gebruiken, die we in paragraaf 1 hadden gebruikt. Weet je wat we doen? Morgen, dan zet ik de rest van de groep zelfstanding aan het werk en dan hebben wij online les. En dan ga ik dit nog eens even met jullie goed doornemen. Welke som vooral? Som 6?

Leerling 98m: Eh, ja, som 6. Ik weet niet wat som 7 is. Volgens mij is die niet moeilijk.

Leraar: Nee, spiek even wat som 7 is. Hoe ging bij jou som 6, leerling 99f?

[Onduidelijk gepraat over de les van morgen. Einde les.]

Appendix 10: Transcript of lesson 23115 in English

[Start of class, classroom echoes terribly. The teacher writes the material on the blackboard and turns on the beamer, students talk to and through each other.]

Teacher: Uh, good morning, sst. Um, ladies and gentlemen, student 1f, very nice that you are there, but we really have a lot of work to do. Eh, the mavo has already been able to see, er, student 2m, I think we are quiet. Then you don't have to ...

Student 3m: Madam!

Teacher: No, if you want to say something, just raise your finger. Student 4m, if you want to say something, just raise your finger.

Student 4m: Yes, yes okay.

Teacher: That's just a very clear rule. I was a little later. I just had a class with a test, so, um, I always keep going until the second bell. Uh, the mavo students who see, um, behind, um, behind me on the board that they can get started with the DT test. Uh, I just put my, uh, lesson in OneNote, but it always looks a little different on the board than at home. [By "board" the teacher means the beamer.] So, I'm going to move this one up, because then the exercise can be a little bigger and then I can also read it. I still think I need glasses to read.

Student 5m: Don't you already have glasses?

Teacher: Yes, but reading glasses. I think my age is starting to play a part anyway.

Student 6m: Madam?

Teacher: Yes?

Student 6m: I have, um, this book with me, but I have forgotten that book that contains everything.

Teacher: Oh, nice and smart. Then you grab your laptop. Open Magister, eh, Getal and Ruimte on your laptop and then you will find the book at e-books. I'd like to get started, so um, let's get to the right page. I have the exercises of VWO this time, eh, I have conjured up. I think: "That's nice too". Uh, yesterday we are, we started with the square root formula and we will continue with that today. And we said yesterday, the beginning of the square root formula, huh, like taking the factor out of parentheses yesterday, that was still quite difficult. But you will see that as we progress, it keeps getting better. Okay, exercises 63 is exercises 33 for HAVO. I'll put that in front of you. So, exercises 33 for the havo students. Student 7m, I think we have already started. Okay? So, I write with you, make sure you can write the notes in your notebook. Student 8m, do you have a question?

Student 8m: What did you say?

Teacher: Do you have a question? Are you succeeding? Did you find the e-book?

Student 8m: Yes, I'm looking.

Assignment: Given is the formula $y = 2 + \sqrt{x}$.

a) Complete the table. If necessary, round to one decimal place.

x	0	1	2	3	4	5	9
y	2	3					

- b) *The graph is a smooth curve. Draw the graph.*
c) *Write down the coordinates of the starting point of the graph.*
d) *The point P with an x coordinate 2500 is located on the graph. Calculate the y coordinate of P.*
e) *Using a calculation, examine whether the point Q (110 $\frac{1}{4}$; 12 $\frac{1}{2}$) is on the graph.*
f) *Explain without calculation that the point B (15, 6) is not on the graph.*

Teacher: Usually it's on the right, um, when you see [something unintelligible] on the right. Student 9f, you weren't there yesterday either, so this will probably be an intensive lesson. Okay, let's take a quick look at the formula. The formula we got is $y = 2 + \sqrt{x}$. Square root x was never negative. Yes, so it always starts at 0. So, we have to think about that.

Teacher: [...] The first assignment is: fill in the table. Student 10m, how am I going to do that? The 0 has already been entered, the 1 has already been entered. How did they get those numbers?

Student 10m: Uh, you just take the x .

Teacher: Okay, so you just take the x , for example I take 0 for a moment. So, it says: $y = 2 + \sqrt{0}$.

Student 10m: And then you just have to calculate the whole formula.

Teacher: Calculate the formula, so in our case that is 2. Then I will also check whether it fits for the others. So, then you get $2 + \sqrt{1}$. Is that correct?

[Pause]

Teacher: Can I just calculate everything by heart? What do you think? I also see a bit of a problem, huh? However? Or not, eh? No? No problem?

Student 11f: A kind [inaudible]

Teacher: Some kind?

[Many students say something]

Student 12: [says something about the result that will be a decimal number]

Teacher: Then it becomes a decimal number, very good. How can you do that, if you can't calculate it by heart, how can we do that?

Student 13: Calculator.

Teacher: Indeed. So, make sure your calculator is there.

Student 14m: Do you also have to write down all the exercises?

Teacher: And you don't have to write down all the exercises, I'll show them as an example. Eh ...

Student 14m: So, if you do fill them in, you don't have to write down the whole formula every time.

Teacher: No, no, no, no, no. It's about understanding that, um, if you're going to fill in that square root formula, you can do that on the calculator too. And I don't need to see all of your calculations. Will be all right. Okay, let's calculate that for yourself and then I would love to hear which numbers I can fill in. Everyone is going to calculate the table of assignment 33 or 63. Then we'll take a look at how do I get those numbers. Are they any good?

[Pause]

Student 15f: Can you round to two decimal places?

Teacher: It says that, isn't it? "If necessary, round to one decimal place." So, you can even round to one decimal place.

[Pause]

Teacher: It's also in your book, er, student 16m. Task 33.

Student 16m: I don't know what the homework is.

Teacher: The homework is also written in Magister, by tomorrow. Yes. Make 33, 35, 36ab and 37. And when you have completed the table, you can also start drawing the graph, er, already.

[Students consult/talk a bit with each other.]

Teacher: Sst.

[Teacher walks around giving hints.]

Teacher: I see that a number of them are already finished and there are also a number that have yet to start. So, um, it might go a little fast if we go through the, the root formula with each other. Who can already give an answer to 2? If I enter 2 in the formula, which number will come out, student 17f?

Student 17f: 3.4.

Teacher: 3.4. Did you have that too, student 18f?

Student 18f: Yes.

Teacher: Yes? You too, student 19m?

Student 19m: No.

Teacher: No, or were you not there yet?

Student 19m: I wasn't that far.

Teacher: Okay, so if I put the number 2 under the square root... then my pen [on the beamer] goes away in, I accidentally pressed a button. So, you get the number 3.4. If I fill in 3, student 20m, what did you calculate? $2 + \sqrt{3}$.

Student 20m: Eh ...

Teacher: Have you figured it out yet? Where is your calculator? Okay. For once on your calculator. $2 + \text{square root } 3$. Student 21f, do you already have the answer?

Student 21f: Yes, 3.7.

Teacher: 3.7. Very well. Hey, we can actually get those 4 out of our heads, huh? Because square root 4 we of course know the answer of, right? Student 22f?

Student 22f: The square root of 4 is 2.

Teacher: Yes, $2 + 2$ is indeed 4, so we know that by heart. Can we also know $\sqrt{5}$ by heart?

Student 23: No.

Teacher: No, so we need a calculator for that. Do you happen to have an answer, student 24m?

Student 24m: 4.2?

Teacher: 4.2. I'll cheat. Perfect. And can we also calculate these by heart? We know $\sqrt{9}$. Still, student 25m?

Student 25m: That's 3.

Teacher: That's 3, isn't it? So, then we actually get the sum $2 + 3$. Well, of course that's 5. And if we're going to graph this data, then of course we know we're only getting positive numbers. So, we all make a graph together. Fill in the 0, the x and the y , of course. And of course, we see that the x goes to 9 and the y to 5. So, make sure it's big enough.

[Pause]

Teacher: And then you can fill in all points neatly and we connect them with a smooth curve, as we call it in mathematics. A nice smooth line. Yes? So, we will fill in the points together. Coordinates. (1.3), (2; 3.4).

[Pause]

Teacher: Connecting nicely with a line, that's always a trick with this.

[Pause]

Teacher: What do you notice when you draw this smooth curve?

Student 26f: That it is very [something unclear].

Teacher: Yeah, but it was in the book too, right? In our example? There it also started at 0 and it went up very slowly?

Student 27f: That it starts at 2.

Teacher: It starts at 2, yes. So, it is 2 higher. Take a look at your root formula. Is that correct? That it starts two higher?

Student 28: Yes.

Teacher: What number is that, student 28f?

Student 28f: 2.

Teacher: 2, huh? So, we see from the square root formula, we see a two here. $Y = 2 + \sqrt{x}$, so we know, the whole square root formula starts two higher. And so, we can already read a lot of things from the formula. Uh, well if you're not done with this yet, you can continue with it later. I would all like to have a look at question d.

Student 29f: D from still 33?

Teacher: D of still 33, indeed. So, take a look at question d in your book. There it says: "On the graph is the point P with x coordinate 2500." We have to calculate the y coordinate of this. So, I'll write down briefly:

Teacher: [...] "Point P has an x coordinate of 2500." And the y, we're going to calculate that. How am I going to handle this?

Student 30m: $x = \dots$ and then fill in the formula?

Teacher: Very good! So, then I write down: " $x = 2500$ ". And then I always write "gives" after it and then we enter it in the formula. So, try ...

Student 31m: Eh, $2 + \sqrt{2500}$.

Teacher: Very good! So, then we are going to fill that in neatly, $y = 2 + \sqrt{2500}$ and we can calculate that.

Student 32: Where?

Teacher: I put 2500 on the place of x , right? Enter that into the calculator. What comes out then?

Student 33m: 50

Teacher: Where does 50 come from?

Student 33m: Um, with that sum.

Teacher: So, I actually get the sum $2 + 50$. Because you actually already figured that out in your head, right?

Student 33m: Yes.

Teacher: Yes, I already saw it happen, I think: "He probably already has the answer in his head." Well, $2 + 50$, we know the answer to that, that is 52. So, what can I now, student 34f, fill in at the place of the question mark?

Student 34f: 52.

Teacher: 52, indeed. Was expecting that, uh, uh, shh, student 35f, if you want to say something, just raise your finger. Did you expect that if you have an x coordinate of 2500, then you only have a y of 52?

Student 35m: Actually, yes.

Teacher: Actually yes, why?

Student 35m: Because it says, he is so very convex and then it almost stops.

Teacher: He stops at some point, and then he starts growing very slowly, doesn't he? We can already see that happening here. We stopped at 5, at $x = 5$ and then we went to 9 and we actually only grew 0.8. Do you see that the difference from 4.2 to 5 is really only 0.8? So, it grows very slowly. Um, we're going to investigate whether our point Q is on the line. How are we going to do that?

Student 36f: You have to $110 \frac{1}{4}$, uh, that's the x .

Teacher: Very good, so let me write down: "Point Q is $(110 \frac{1}{4}; 12 \frac{1}{2})$ ". Uh, on the graph, so let's investigate that. Our x is indeed $110 \frac{1}{4}$. So, I'm going to fill it in, so that gives: $y = 2 + \sqrt{110 \frac{1}{4}}$. Have you already entered it on your calculator?

[Inaudible response.]

Teacher: Then do that, because then we can see if the answer is correct. Student 37m is busy, student 38m, I don't see a calculator.

Student 38m: No, I don't have one with me.

Teacher: You have a laptop in front of you, right? There is also a calculator on it. Then you just open it, because I want you to participate. Student 39f, please enter on the calculator. Yes?

Student 40m: Can you, um, on your calculator, um, instead of the $110 \frac{1}{4}$, can you also do 110.25?

Teacher: Very good, I always do. Yes. I will always, indeed, translate $\frac{1}{4}$ to 0.25, because that is easier.

Student 40m: Yes, because otherwise he will immediately turn him the other way around.

Teacher: Yes, I do too. Very good, yes. Is the answer coming out, student 41f?

Student 41f: [inaudible]

Teacher: Very good, so 12.5 is indeed the same as $12 \frac{1}{2}$. Well, apparently here comes ...

Student 42f: But it is 10.5?

Teacher: How much?

Student 42f: 10.5.

Teacher: Did you calculate it?

Student 42f: Yes, I put it in my calculator.

Student 43m: Yes, but you have to add 2 more.

Teacher: Very good. And if you have done that, then you see: Hey, that point is indeed on the graph. If I fill in this on the test, will I get all the points? Or do I still have to write down that answer neatly?

Student 44f: I just have = and then 12.5 again.

Teacher: Yes, but then you will not get all points on the test. Because it says, "Investigate with a calculation, well, I have a calculation, whether the point is on the graph." We have yet to conclude. So?

Student 45m: Madam, is 10.5 also $10 \frac{1}{2}$?

Teacher: Yes. So? Student 46f, make a nice sentence? So

Student 46f: ($110 \frac{1}{4}$; $12 \frac{1}{2}$) is on the graph?

Teacher: Yes, so I can just say: So, point Q is on the graph?

Student 46f: That is also possible.

Teacher: Okay, let's do that, let's go the way of the fewest letters. So, point Q is on the graph. That always has to be added, because otherwise you just miss that one point. That would be a shame if you made such a nice calculation and you just miss that one point. Well, now there will be a very nice question, the last, f. Explain without calculation that the point R (15.6) is not on the graph.

Student 47m: Without calculation?

Teacher: Without calculation. So, I actually have to reason why this point cannot be on the graph.

Student 48f: Because a decimal number has to come out, because 15 is not possible, eh, no, eh, what's that called again?

Teacher: Very good, if you do $\sqrt{15}$...

Student 48f: Comes out a decimal number.

Teacher: Yes, then indeed a decimal number comes out, because $\sqrt{15}$ is obviously not a nice number at all, is it? Which we can easily find. Very well found. Yes. Hey, I said you can write the answer book like that, but you really are, Student 48f.

Student 48f: What?

Teacher: You can write the answer book like this. It says exactly the same with me.

Student 49f: Oh, really?

Teacher: Yes.

Student 49f: Yes!

Teacher: So how is that possible? Well, 15, if you put $x = 15$, it gives a decimal point. Because 16 is of course the number 4, but 15 is a decimal number.

Student 50f: So how can you write it down?

Teacher: Well. Student 49f, how do you write it down?

Student 49f: 15 is a decimal number.

Teacher: Exactly, so the point (15, 6) cannot be on the graph. Very well.

Student 50f: Are you allowed to do [something unintelligible]?

Teacher: Also allowed. Well found.

[Pause]

Assignment: With the rule of thumb $d = 3.6 \sqrt{h}$ you can approximate how far you can see if you have a clear view of the sea from the beach. Here is h the viewing distance in km and h the height in meters at which your eye is above sea level. Assume clear weather in this exercise.

- a) Noëlle looks out over the sea from a dune. Her eye level is 51.5 meters. Is the visibility more or less than 25 kilometers? Give a calculation.*
- b) Lauren is standing on the beach looking out over the sea. His eye height is 175 cm. How far can Lauren see? Give your answer in km and round to one decimal place.*
- c) Carlijn claims: "If you stand twice as high, you can see twice as far." Do you agree with her? Explain.*

Teacher: When you're done, um, writing the sentence, you can read assignment 64 for yourself. That we take a good look together, what do we read here? What should we do? The calculator is ready, I think.

Student 51m: That is our 35?

Teacher: That is indeed 35 with you. Good luck. Let me add in a moment. So, 35 for HAVO. Please read the assignment carefully. Student 52m, "read assignment" means shut your mouth and just start reading.

Student 53m: 64?

Teacher: Indeed, with your 64. Just read carefully what to do here.

[Teacher goes to see students who are working with other material]

Student 54m: Madam, is that $d = 3.6 \sqrt{h}$, do I have to do 3.6 times \sqrt{h} ?

Teacher: Why do I have to do \sqrt{h} times 3.6?

Student 54m: Because there is nothing in between?

Teacher: Because there is nothing in between and then it actually says that they must get multiplied by each other. Well found. Yes.

Student 54m: Okay.

Student 55f: Uh, ma'am?

Teacher: Yes?

Student 55f: Can you just use the 51.5 from the question?

Teacher: Where can you just use it, student 55f?

Student 55f: On the h?

Teacher: At the place of the h, because what do you want to calculate? Very well. We have a rule of thumb. I will write it a little more clearly here.

Student 55f: Yes, I just want that meter and centimetre that matters, don't I?

Teacher: That, indeed, certainly matters. The formula we got is $d = 3.6\sqrt{h}$. Hey, I'm not dealing with x and y here, I'm dealing with d and h here. But of course, that doesn't change, does it? What is my x now?

Student 55f: h .

Teacher: Indeed, h . What's my y now?

Student 55f: the d .

Teacher: the d. Hey, but now I'm going to take a closer look, what does this letter d mean? What am I going to calculate?

Student 56f: The viewing distance in kilometres.

Teacher: Very good, I'm going to underline that. So, it's the viewing distance, pay attention, in kilometres. Okay...

Student 57f: Shouldn't we just convert it to kilometres?

Teacher: Well, you don't have to, because what does the h stand for?

Student 58m: Meters.

Teacher: Meters, indeed.

Student 57f: Oh, haha.

Teacher: But what does the h mean? That is the?

Student 58m: Height.

Teacher: Height in meters. I'll just add that. So, pay attention, I have to fill in the height in meters and then the viewing distance in kilometres comes out. And now, then, student 59f said, may I just fill in that number 51.5? Because that's h eye level, right? Is that allowed?

Student 60f: Well, because that is a meter, but that one after that is not allowed, because that is a centimetre.

Teacher: Very good, so I can actually fill in at a here. So, my h is 51.5, so I can enter it. That gives the following formula. You can see that I keep using the same letters. That gives the formula $3.6 \sqrt{51.5}$ and that gives an answer. So, you fill in neatly on your calculator. Of course, you can't do that out of your head. So, then you get $3.6 \sqrt{51.5}$, what comes out?

Student 61f: Eh, rounded to two decimal places 25.83.

Teacher: 25.83. Can I just write down 25.83 or is there still numbers behind the 83?

Student 61f: With dots added.

Teacher: Yes, indeed, so if I reach 25.83, I get points behind that.

[Students intermittently talk to the teacher]

Teacher: No, you can only count this correctly if you are [unintelligible].

Teacher: Hey, and that 25.83, what does that stand for?

Student 62f: Viewing distance in kilometres.

Teacher: That indeed stands for the viewing distance in kilometres. Good, so if I have to answer my question: "Is the visibility more or less than 25 kilometres?" How far can she see?

Student 63f: She can see 25.83... kilometres

Teacher: So?

Student 64m: Um, I had d = about 25 kilometres.

Teacher: Can she continue... Just think carefully guys. Can she see beyond 25 kilometres or not?

Students: Yes

Teacher: So, answer? So?

Student 65f: Yes

Teacher: So yes, she can see beyond 25 kilometres. Are you working with the ratio table guys?

Students: Yes.

Teacher: Yes? You too, student 66m?

Student 66m: Yes.

Teacher: Yes?

[Student asks a question.]

Teacher: Okay, I'm dealing with an eye level of 175 centimetres. Pay attention. So, my h is our case 175 centimetres. Can I just fill it in?

Student 67f: No.

Teacher: No, because I have to convert him to?

Student 67f: to meters.

Teacher: That is?

Student 67f: 1.75?

Teacher: Yes, is that correct, student 68f? Is 175 centimetres, 1.75 meters?

Student 68f: Maybe 0 comma?

Teacher: Maybe 0 comma. Who says, "Yes, that's correct."? Student 69m?

Student 69m: 1 comma or 0 comma?

Teacher: Is that 1.75 meters, is that good?

Students: Yes

Teacher: Yes, because he is indeed two places away, isn't he? Can I now enter 1.75 in my square root formula?

Student 70m: Yes, yes.

Teacher: Then we'll do that. So, then we get the nice formula of $d = 3.6 \text{ times } \sqrt{1.75}$. Well, what comes out of that?

[Pause]

Teacher: Just fill in on your calculator, I see a number of them already doing that.

Student 71m: Madam?

Teacher: Yes.

Student 71m: At c it says, ...

Teacher: Yes, but we are not that far yet, student 71m. I first want the answer from b, then let's take a look at c. Student 72f, did you already have it?

Student 72f: Yes.

Teacher: What did you find?

Student 72f: Completed 4.76.

Teacher: And are there numbers behind those 76?

Student 72f: Um, yes.

Teacher: Yes, so I'll put dots. That means it is still a very long decimal number. So, conclusion, finalized? How far can she see? Round to 1 decimal place.

Student 72f: 4.76

Student 73m: 4.8

Teacher: 4, comma?

Student 73m: 8

Teacher: 8. Let's make a nice sentence out of that. So? So, she can look further... So, she can look further... is it a she? Yes. No. It's a he. Well, it doesn't matter. So, he can see beyond 4.8 kilometres.

Student 74f: But that's not the point. It says, "How far can he see?"

Teacher: Give your answer... Yes, how far, but if you only give such an answer with such an exercise, that is not enough. They really want to see that.

Student 75f: But he can't look any further. He can look up to ...

Teacher: Yes, yes, yes. Entirely right. Fine. We go to c. Well, student 76m, you had a question about that. "If you stand twice as high, you can see twice as far."

Student 76m: No, I think 3.6 times, because it contains 3.6.

Teacher: Well, let's see. How can we investigate this? How can we investigate whether that is really true, that if you stand twice as high, you can also look twice as far?

Student 77f: [says something about entering numbers]

Teacher: Okay, can I use b's place then? Can I say: Hey, I have that 1.75 meters. What if I do it times two? Okay, so do 1.75 times two. What do I get? How many meters will I get?

Student 78f: 3.5.

Teacher: 3.5. So, if I put that 3.5 in my formula, it would be twice as much as that 4.8. Well, let's look into that.

[Pause, teacher writes on the board: $d = 3.6 \sqrt{3.5} =$]

Student 79f: I think no.

Teacher: I think no I hear. Is that student correct 80m? Did you calculate that too? What comes out of 3.6 times $\sqrt{3.5}$?

Student 80m: [something unintelligible]

Teacher: Yes, you calculated that, because you were already done. Yes, who oh who?

Student 81f: 6.73

Teacher: 6, comma?

Student 82m: 6.73

Teacher: Okay, 6.73 ...

Student 83f: I have 6.9.

Teacher: Ah, well. Then you probably made a small typo somewhere. Is this twice as far? We said, I'll make it red [on the beamer], it is 4.76. Is that twice as far? How can I prove that now? What is twice 4.76? Do the math. If I do 4.76 twice, what's the answer?

Student 84f: 9.52.

Teacher: 9.52 and if you have used the intermediate number, you will get all numbers behind it. Hey, is 6.7 really 9.52?

Student 85f: No.

Teacher: No. So, is he right? No. Were you right, student 86m?

Student 86m: Uh, no?

Teacher: No, huh. No, because you had thought: "Oh, I have something in my head, that's probably good." But that's not entirely true either.

Student 86m: No, because that square root was there.

Teacher: Yes, so make a nice conclusion of this and then HAVO can continue working independently and VWO has a little bit of theory added. Nice eh, student 87m? Fancy! Yes, so we'll look a little further in the book. So havo can get to work. Student 87f?

Student 87f: [something unintelligible.]

Teacher: Yes, yes, very good. Fine, student 87f. Eh, Student 88f, Student 89f and Student 90m, let's look a little further with the new theory on page 158, theory B. Sst. Uh, I see mess in a notebook that isn't yours. No, we will not. We have a new piece ...

Student 91f: [something unintelligible.]

Teacher: I understand, but that is not the exercise that comes in because I have already finished the exercise.

Student 91f: [something unintelligible.]

Teacher: No, I get that. Just read along in your book with the new theory. There it says, um, \sqrt{ab} ...

Student 92m: Where is it?

Teacher: Well, that's on page 158, I just said. We are going to divide \sqrt{ab} into $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$. Do you see what they do with the example of $\sqrt{9x}$? Do you see what they do with it?

Student 93m: Oh yes.

Teacher: Can you tell in your own words what they do with that $\sqrt{9x}$?

Student 93m: Yes, they split the 9 and the x first. And then they do the $\sqrt{3}$, or, the $\sqrt{9}$, which is 3, and they do the \sqrt{x} times 3.

Teacher: So, what they're actually doing is they're actually going to pull what's under the square root sign, they're actually going to pull apart, as it were. So, then you get square root $\sqrt{9}$ times \sqrt{x} . And root 9 we know, that is of course 3. So that leaves me: $3\sqrt{x}$. Uh, we are going to do this with assignment 66. And we are going to write it down neatly. Question 66a states the following. There it says: $y = 5 + \sqrt{10x}$. How are you going to get this square root, how are you going to get these 10 from under the square root? Because in the end I just want to rewrite to the form $y = 5 + a$ times \sqrt{x} .

Student 94m: Just, um, just the $\sqrt{10}$ times \sqrt{x} .

Teacher: So then let's write down nicely. Then you get the following result. $\sqrt{10}$ times \sqrt{x} , right? Then I get what you say.

Student 94m: Yes.

Teacher: Yes. Hey, $\sqrt{10}$, if I'm gonna, uh, do that by heart, is that possible? Is that a nice round number? Or do I get a decimal number?

Student 94m: Eh, about 3.16.

Teacher: About 3.16. So, what does my new square root formula look like?

Student 94m: Eh, 3.16 x , eh, \sqrt{x} ...

Teacher: We have that 5 too, huh?

Student 94m: Yes, and then $3.16 \sqrt{x}$.

Teacher: Can I now also add 3.16 to that 5?

Student 94m: Yes.

Teacher: Why?

Student 94m: Oh, no.

Teacher: Why not?

Student 94m: Because there is a square root behind it.

Teacher: Yeah, they're not the same terms, are they? Because I say, if they are not the same terms, then we leave them alone.

Student 94m: Only if once or divided by ...

Teacher: Exactly, just look, this one [points to $\sqrt{10}$ times \sqrt{x}] is something times something, so then we pull them together. Let's go to the next one. At b, at b $y = 5 + 3\sqrt{0.2x}$. In the end I want to go back to this shape, to $5 + a\sqrt{x}$. So, what does my next step look like now? So that 0.2 has to go under the root. I just want to keep an x there.

Student 94m: Eh, $3\sqrt{2}\sqrt{x}$? [Student says wrong, means right.]

Teacher: So, then we get $5 + 3\sqrt{0.2}$ times \sqrt{x} . Well, of course this isn't quite neat yet, is it? Because I would like to get one number for it, so I'll probably get another decimal number. Do that with your calculator, what do I get?

Student 94m: About 0.44, um, 45.

Teacher: Student 95f, add calculator, join in.

Student 94m: About 0.45.

Teacher: So, if I do $\sqrt{0.2}$ 3 times, I get 0.45? Is that right?

Student 94m: Oh, no. 3.45 then.

Teacher: I'll just get my calculator.

Student 94m: Oh, no, then you have to do 0.45 3 times.

Teacher: What should you do? Let's stick to theory 1 for a moment. What is 3 times $\sqrt{0.2}$?

Student 94m: 1.35.

Teacher: [enters it on the calculator] 3 times $\sqrt{0.2}$ is 1 comma?

Student 94m: 35.

Teacher: Yes, really? 1,341 is on my calculator.

Student 94m: Oh, I did 0.45 3 times.

Teacher: But I still have root 0.2.

Student 94m: Oh, but this is rounded.

Teacher: No, but you can't just round something. You really have to enter this part, this part, the three times that square root 0.2 on your calculator. So, what do I get? $5 + 1.34\sqrt{x}$. Am I ready? Hello? Am I done now?

Student 94m: Um, yes, I think so.

Teacher: Yes? So, this is my final answer? Is that the same shape as the one above, student 96m?

Student 96m: Yes.

Teacher: Yes, then we are ready. Then you can do c yourself. Is it okay?

Student 97: Yes

Teacher: Yes, huh? Just practice

[Bell rings]

Teacher: This was the pack-your-stuff-bell.

[Students become louder, teacher walks around and looks at some students at work.]

Teacher: This is not our ratio table as we taught it.

Student 98m: Yes, I don't remember.

Teacher: Hello, then just turn back in your book.

Student 98m: Yes, I know, but ...

Teacher: Take a look.

Student 98m: Oh, here.

Teacher: Yes! And here is an explanation.

Student 98m: Oh, but I haven't seen it. I did, um ...

Teacher: I can use this explanation, which we used in Section 1. Do you know what we do? Tomorrow, I'll put the rest of the group to work independently and we'll have online lessons. And then I'm going to go through this again with you. Which exercise especially? exercise 6?

Student 98m: Um, yes, exercise 6. I don't know what exercise 7 is. I don't think it's difficult.

Teacher: No, just check what exercise 7 is. How did exercise 6 go with you, student 99f?

[Unclear talk about tomorrow's lesson. End of class.]

Appendix 11: Transcript of lesson 33116 in Dutch

[Introductie over de online-leswijze voor de leerlingen en de aanpak van de les]

Leraar: Eh, wat ik wil dat jullie doen, is dat jullie je boek open leggen op bladzijde, eh, wat is het, 156, 157. En wat we gaan doen, is: ik ga een heel klein stukje, eh, vertellen en dan ga ik aan de hand van de opdracht die we samen gaan maken, ga ik de verdere uitleg geven. Dus aan de hand van een sommetje die we gaan doen, ga ik alle woorden benadrukken, vertellen hoe bepaalde dingen in elkaar zitten, want dat lijkt me het meest prettig. Schrijf vooral mee, want het is ook gelijk een som voor de eerstvolgende keer voor het huiswerk voor na de vakantie. Want dit is de laatste les voor de vakantie, dus, eh, doe er je voordeel mee. Oké, ik ga mijn scherm delen. Dat is genoeg geklets van mijn kant over dat soort dingen. En dan zien jullie als het goed is een sommetje die we al eerder gedaan hebben. En daar gaan we gewoon bij verder werken. En, eh, voordat ik dus een som ga maken, wil ik eerst dus een paar dingen met jullie even doornemen. Aan het begin van dit hoofdstuk, dus toen we begonnen, een aantal weken geleden, toen hadden wij het over kwadratische formules. En ik heb toen gezegd dat er meestal, niet altijd, maar meestal in een kwadratische formule een kwadraat verwerkt zit. Meestal, hè. Dus stel je voor, je kan een formule krijgen, $y = 2x^2 + 3$, hè. Dit noemen een kwadratische formule. En, eh, je kon ook krijgen $y = \frac{1}{2}x + 3 + 4x^2$. Ook dit noemden we een kwadratische formule. In jullie geval, in dit hoofdstuk, zal je voornamelijk alleen maar kwadratische formules krijgen waar een kwadraat in staat. Maar, we gaan straks, dat is pas over een tijdje, één van de laatste hoofdstukken van dit jaar, ga je ook kwadratische formules krijgen, wat dus ook een kwadratische formule is, waar geen kwadraat in staat. Nu zijn we bij paragraaf 4.5 en dan gaan we het hebben over wortelformules. Nou, en als ik het heb over een formule, dan weet je dat het altijd iets is met $y =$, en dan een verhaaltje erachter waar ook nog een x in zit. Maar je kan natuurlijk ook je y en je x vervangen voor een andere letter. Dus je kan er ook van maken $t =$, en dan een heel verhaal met allemaal getalletjes en bijvoorbeeld de letter a . Het is maar net welk getal en welke letter gebruikt wordt. Maar het blijft altijd een combinatie tussen twee letters. We gaan het weer over formules hebben, dus je krijgt weer een formule. Nou, en het woord wortel formule zegt het eigenlijk al. In deze formule zit nu ook een wortel, of zit een wortel in verwerkt. Dus, bijvoorbeeld, ik ga je weer even een voorbeeld geven. Even kijken, waar is mijn muis gebleven, die is even verdwenen. Hier is 'ie.

$Y = \sqrt{x}$. Hè, je ziet hier weer twee letter die van elkaar verschillen, y en x heb ik dit keer voor gekozen, en je ziet een wortel. Ga ik nog een voorbeeld geven, wat ook een wortel formule is en dat is bijvoorbeeld $y = 2 + \sqrt{2x}$. Dit is ook een wortel formule, want ook in deze formule zit een wortel verwerkt. Nou, en met deze formules moeten jullie zo meteen gaan rekenen. Dus je moet je y kunnen berekenen en je moet hem ook kunnen tekenen, dus je moet weten 'O, waar, hoe ziet 'ie er ongeveer uit, hoe loopt deze grafiek ongeveer?'. En je moet kunnen kijken of een bepaald punt ook op de grafiek ligt, dus dat moet je kunnen controleren. Eh, dank je wel dat ik er heel cool uitzie, leerling 1m. Dat is heel mooi. Eh, ik weet dat het geweldig is, zo'n headset, maar dat is de beste manier om mij te verstaan. Maar, om even terug te komen op het onderwerp. Dus, je moet een wortel formule kunnen herkennen. Dus, wat is een wortel formule? Nou, ik heb net al gezegd, in een wortel formule zit altijd een wortel, dus je herkent hem daaraan. Je moet hem kunnen tekenen, dus hoe ziet hij eruit, dus dat moet je weten. Je moet weten hoe je aan je y komt, als je je x gegeven hebt. Dus je moet kunnen rekenen met een formule. En je moet punten, dus gegevens kunnen controleren met je formule. Nou, al die dingen, al die 4 dingen eigenlijk, gaan we doen. En dat gaan we doen door te kijken naar opdracht 63. Daar worden al die 4 dingen komen daarin terug. 64 zei ik, ik bedoel 63. Dus pak opdracht 63 erbij en, eh, en dus een schrift en een pen, zodat je mee kan schrijven. Oké. 63, daar staat: "Gegeven is de formule, $y = 2 + \sqrt{x}$, dus als ik ga schrijven, dan heb ik hier opdracht 63 en dan heb ik de formule $y = 2 + \sqrt{x}$. Ik wil dat je de formule altijd overneemt. Dus ook al begin je nog niet met de vraag, je neemt je formule te allen tijde over. Als je dat gedaan

hebt, dan pas ga je door met de vraag. Dus we gaan nu naar vraag a. Daar staat: “Vul de tabel in en rond zo nodig af op 1 decimaal.” Dus, we gaan even, ik ga de tabel even overnemen. Ik denk dat jullie dat ook moeten doen, want jullie hebben deze niet in het werkboek staan. Dus ik neem hem even netjes over, jullie doen dat natuurlijk ook ondertussen even snel. 2, dan hebben we nog een 3, 4, 5 en 9. En je mag de tabel met pen maken. Als je het netjes kan zonder geodriehoek, maar als je dat niet netjes kan, even met. En dan gaan we invullen wat er nog staat. Er staat hier nog dat dit een 2 moet zijn en onder de 1 staat een 3. Nu is alleen even de vraag, hoe komen ze ook alweer aan die 2 aan die 3. Want, ja, we moeten zelf onder de 2, onder de 3, onder de 4, onder de 5, onder de 9 ook de getalletjes vinden. Dat ga ik even uitschrijven, dat doe ik ernaast. En dat doe ik even bij, dan zet ik er een streep achter, en dat doe ik even bij 0 en bij 1. En dan bij 2 doe ik het ook nog. En dan bij 3, 4, 5 en 9 doe ik het niet meer, dus weet dat even. En dat doe ik bij 0 en 1, om te laten zien dat het echt klopt. Nou, stel je voor, ik weet dat mijn $x = 0$, want dat is gegeven, hè, dat staat hier in mijn tabel, dat staat daar. Dan mag ik dus overal waar een x staat in mijn formule, die vervangen door 0. Dus ik krijg $y = 2 + \sqrt{0}$. Als ik dit ga uitrekenen, dan heb ik natuurlijk een rekenmachine, maar misschien kan je het wel uit je hoofd. Dan krijg ik die 2, die laat ik staan. En de wortel van 0, als je die uitrekt, dit kan je nog wel uit je hoofd, is natuurlijk gewoon 0. Dat is niks, niks blijft niks. En we weten ook wat $2 + 0$ is, dus dat is 2. Dus op die manier komen we aan die 2. Nou, ga ik dat ook even doen bij $x =$, waar is mijn pen nou weer? Hier. Bij $x = 1$. Dus, wat ik ga doen is, overal waar die x staat, ga ik die vervangen voor de 1. Dus ik schrijf op: $y = 2 + \sqrt{1}$. 1, zo. En dat ga ik weer uitrekenen. Nou, die 2, daar kunnen we nog niks mee, dus die nemen we over. En de wortel van 1 is 1. Hè, weet je dat niet uit je hoofd, vul hem dan even in op je rekenmachine en dan kom je ook uit op 1. En we weten dat $2 + 1$, 3 is. Dus dan zie je al, hé, die klopt ook. Gaan we ook nog even met 2 doen, dat is dus een nieuwe. En als we die gaan invullen, dan krijgen we $y = 2 + \sqrt{2}$ en ik kan jullie nu al vertellen dat de wortel van 2 niet mooi uitkomt. Dat betekent dus dat je hier een kommagetal gaat krijgen. En wat stond er in de vraag? In de vraag stond dat je moest afronden op 1 decimaal. En jullie zijn gewend om af te ronden op het eind, dus dat gaan we hier ook doen. Dus dat betekent dat als je tussentijds niet mag afronden, dat we op gaan schrijven: 1,414. Nou ja, dan kan je de rest van de getallen ook overnemen of je kan even wat puntjes opschrijven. Daarmee geef je ook aan dat je nog niet afrondt. Nou, $2 + 1,414$ en verder, want die ‘en verder’ hoort er ook bij, wordt natuurlijk 3,141 en verder. En dit is ongeveer 3,4. Dus pas op het eind ga je zeggen wat het ongeveer is en die vul je dan ook netjes in, in je tabel. Nou, bij $x = 3$, $x = 4$, $x = 5$ en $x = 9$ werkt het op exact dezelfde manier. Je kan dit heel snel doen door hem in te vullen op je rekenmachine en dat is wat we nu gaan doen. Dus we gaan hem nu gewoon even netjes invullen. En bij, als we invullen $x = 3$, dan komt daaruit en, 3,7 afgerond, hè? Het is weer afgerond. En als we in gaan vullen, eh, $x = 4$, dan komen we uit op 4. En als we gaan invullen dat $x = 5$ moet zijn, dan komen we uit op 4,2 ongeveer [leraar zegt 5,2, maar schrijft het goed op.]. En als we $x = 9$ gaan invullen, dan komen we uit op 5. Oké, dus nu hebben jullie gezien wat je moet doen als je je x weet en je y moet berekenen. En dat soort vragen kan je bij [opgave] 61 en 62 verwachten. Dan, bij b, is de vraag: ‘De grafiek is een vloeiende kromme...’ en een vloeiende kromme, daar bedoelen we mee dat het een lijn is die mooi gebogen is. Dus je mag hem uit de losse hand tekenen. Dus het is niet een hele rechte lijn die je kan tekenen met je geodriehoek, deze moet je uit je hand tekenen. En de vraag daarbij is: ‘... teken de grafiek’. En dat is iets wat we nu dus ook moeten gaan doen.

Even kijken of ik hier een heel mooi, ja kijk, ik kan hier een heel mooi assenstelsel tekenen. Zo. Het is misschien niet helemaal de goede vorm, maar deze gaan we even aanhouden. Dus, wat je doet, als je een grafiek moet tekenen, is je maakt altijd gebruik van een assenstelsel. Hè, want daar moet ‘ie in komen te staan. En wat je niet moet vergeten, is dat er in je assenstelsel altijd een x daar [op het scherm] komt te staan en daar [op het scherm] een y . Schrijf je die niet op, op de toets bijvoorbeeld, dan wordt dat ook echt fout gerekend. Zoals jullie van mij gewend zijn. Dan gaan we overal netjes de getallen bij zetten. Eh, dit is natuurlijk -1 , ik schrijf -2 op. Dat krijg je als je twee dingen tegelijk doet. En dat gaan we ook aan deze kant doen. Eh, zorg ervoor dat je de getallen die bij de x -as horen

er even onder schrijft en dat getallen die bij de y -as horen even aan de linkerkant komen te staan. Dus precies zoals ik het ook doe. En dat doen we, omdat we het meeste tekenen in het vlak waar zo meteen geen getallen staan. Dus dat is het rechterbovenvlak zeg maar. Dit vlak, dat is dit vlak zeg maar. Daar tekenen we het meest in, dus die willen we ook het ruimst houden. Nou, we hebben een assenstelsel getekend en als we een grafiek wil tekenen, dan weten we dat de eis is dat er altijd een tabel moet zijn. Nou hebben we enorm veel geluk, want we hebben al een tabel bij vraag a gemaakt, dus die mogen we gewoon gebruiken. Dus we hoeven niet nog een keer een tabel te maken. Oké, we hebben een tabel, we hebben een assenstelsel getekend. Nu kunnen we dus de punten, die we gevonden hebben in onze tabel, invullen in ons assenstelsel. Dus, ik heb het punt, ik ga even een andere kleur pakken, het punt $(0,2)$, dus ik zet bij $(0,2)$ even een puntje neer. Dan heb ik het punt $(1,3)$ en je gaat zien dat mijn assenstelsel net iets aan de kleine kant zal zijn. Jullie kunnen hem iets groter tekenen, ik heb die ruimte niet. Dus $(1,3)$ hebben we ook. Dan gaan we naar $(2; 3,4)$, dus $(2; 3 \frac{2}{5})$, om het maar even heel mooi te zeggen. En dat zit dan ongeveer hier. Ho, nou pakt 'ie hem weer niet. Daar, dat zit ongeveer daar. En dan gaan we naar $(3; 3 \frac{7}{10})$. Dat zit daar. Dan gaan we naar $(4,4)$. 5 zit ongeveer hier. Nou, en 9 kan ik niet meer tekenen, want die staat niet meer bij mijn x . Jullie zouden deze x -as kunnen verlengen en wel tot 9 kunnen gaan en wel even $(9,5)$ kunnen tekenen. Nu hebben we een assenstelsel, we hebben een tabel, we hebben de punten vanuit ons assenstelsel netjes in de, eh, er netjes in verwerkt. Vanuit onze tabel netjes in ons assenstelsel verwerkt. Dus, wat gaan we nu doen? We gaan er een lijn doorheen tekenen. En we beginnen precies bij die 2, of die $(0,2)$. Dus het eerste stipje wat we gezet of getekend hebben. En dan gaan we dus uit onze losse hand een lijn erdoorheen tekenen. En als het goed is moet je opvallen dat hoe verder je gaat, hoe dichter de puntjes bij elkaar komen te staan. Dus hoe vlakker de lijn gaat lopen. Hè, in het begin gaat 'ie echt nog een stukje omhoog, hiervan. Van die 0 naar die eerste, daar. Van $x = 0$ naar $x = 1$, daar gaat 'ie echt een stukje steiler dan als je kijkt bij $x = 4$ en $x = 5$. Daar is het verschil veel kleiner. Dus dat is ook hoe je hem moet aanhouden. Dus dan gaat 'ie op die manier ook door naar 9. En dat is ook hoe altijd zo'n soort, eh, wortel formule loopt. En deze kan natuurlijk nog wel gekanteld, gespiegeld, enzovoort zijn, maar hij loopt altijd in het begin vrij steil en vlakt daarna altijd af. Oké, waarom beginnen we nou precies hier en gaan we niet doortekenen vanaf die $(0,2)$ naar de andere kant? Dus hier naar beneden zeg maar, deze kant op [naar de negatieve kant van de x -as]. Nou, jullie hebben geleerd in de vorige twee paragrafen, dat de wortel van een negatief getal niet bestaat. Dus als ik zou invullen dat x , hè, als $x = -1$ is en ik neem dus de wortel van -1 , dan kan dat niet. Daar komt gewoon niets uit. Dus vandaar, dat je aan deze kant, dus aan deze kant [leerbaar tekent in het assenstelsel], ik kan het heel moeilijk aangeven anders, niks tekent. Dus je startpunt is echt bij $(0,2)$. Daar begin je, altijd. Nou, niet altijd, maar in dit geval. Dus een negatieve wortel kan je niet uitrekenen. Dat is echt van belang. Hè, dat hadden jullie al geleerd, maar ik benadruk het nog even een keer. Dus, we hebben nu behandeld: hoe moet je zo'n grafiek tekenen? Hè, hoe moet je zo'n wortel formule tekenen? En hoe moet je je y uitrekenen als je je x weet? Dan is vraag c, die gaan we even tussendoor doen, dat is even een tussendoorvraag. Daar staat: "Schrijf de coördinaten van het beginpunt van de grafiek op." Nou, het beginpunt, dus kijken naar, hè, dat heb ik net eigenlijk al gezegd, beginpunt is natuurlijk daar waar je begint met tekenen en waar je niet verder mag, de andere kant op. Hè, aan deze kant, dus aan deze kant waar nu het pijltje heen loopt, mag ik verder tekenen. Maar het pijltje wat nu naar links getekend is, daar mag ik niet verder tekenen dan $(0,2)$. Dus $(0,2)$ is ons beginpunt. En dat mogen we gelijk opschrijven. Hoeven we verder geen verklaring voor te geven. Oké, gaan we door naar vraag d. Want daar zit, eh, weer eigenlijk een stukje berekenen als je je x gegeven hebt en je wil je y weten. Want daar staat: "Op grafiek ligt het punt P, met x -coördinaat 2500. Bereken de y -coördinaat van P." Dus ik wil weten wat mijn y is. En ik heb natuurlijk mijn x gegeven. Dus ik moet even opschrijven dat ik weet dat $x = 2500$. En wat ga ik dan nu doen? Deze ga ik netjes berekenen en let op, je moet een berekening laten zien. Dus ik ga opschrijven dat $y = 2 + \sqrt{2500}$. Nou, en de wortel van 2500 is het eerste wat we moeten uitrekenen. En als we dat gaan uitrekenen, dan krijgen we $2 + 50$. Als je dit niet uit je hoofd weet, vul hem dan even in op je rekenmachine. Sommigen zullen dit misschien uit hun hoofd weten. En $2 + 50$ is natuurlijk 52. Oftewel, vergeet dit niet, er moet nog even een conclusie bij, dus het y -

coördinaat van P is 52. Dat is d. En dan de laatste, de een-na-laatste vraag van deze som. Dat ging over het stukje controleren, kunnen we ook dingen controleren? Ja, dat kunnen we. Want hier is de vraag: "Onderzoek met een berekening of het punt Q(110 $\frac{1}{4}$; 12 $\frac{1}{2}$) op de grafiek ligt." Dus ik moet achterhalen of het punt (110 $\frac{1}{4}$; 12 $\frac{1}{2}$) op de grafiek ligt die we net getekend hebben. Dus het gaat nog steeds over de formule $y = 2 + \sqrt{x}$. Daar gaat het nog steeds over. Nou, ja. We kunnen dit heel ingewikkeld maken voor onszelf, door gebruik te maken van de y, het y-coördinaat, dus 12 $\frac{1}{2}$. We kunnen het ook wat makkelijker maken, want we zeggen nu gewoon: "Wij nemen dat $x = 110 \frac{1}{4}$." Dus, wat gaan we doen, we gaan die 110 $\frac{1}{4}$ gewoon eens even invullen. Dus die $2 + \sqrt{110,25}$ gaan we invullen. Ik heb er even komma 25 van gemaakt, dat is natuurlijk hetzelfde. Als we dit gaan uitrekenen, moeten we natuurlijk weer eerst de wortel gaan uitrekenen. En dat is de wortel van 110 $\frac{1}{4}$ of 110,25. Nou, die twee kunnen we overnemen. De wortel hiervan is natuurlijk 10,5 en ik denk niet dat jullie niet uit je hoofd kunnen. Dus pak er dan gewoon even je rekenmachine bij, want die mag je gewoon ook gebruiken. En dit kunnen we wel weer uit ons hoofd, want $2 + 10,5$ is natuurlijk 12,5. En dit, dames en heren, kunnen we iets anders opschrijven, want je rekenmachine zal het kommagetal gebruiken en niet de breuk, naar 12 $\frac{1}{2}$. Want komma 5 is hetzelfde als $\frac{1}{2}$, want dat is ook een half. Oftewel, klopt het dat de x, 110 $\frac{1}{4}$, bij de y, 12 $\frac{1}{2}$, hoort? Ja, dat klopt. Dus, wat kunnen we nu zeggen? Dus, het punt Q(110 $\frac{1}{4}$; 12 $\frac{1}{2}$) ligt op de grafiek. En dan is bij f, die mogen jullie zo zelf doen, de vraag "Licht zonder berekening toe, dat het punt R(15,6) niet op de grafiek ligt." Dus je moet in woorden gaan vertellen waarom dat punt niet op de grafiek ligt. Dus je gaat niet een berekening geven, maar je gaat het even zelf in woorden omschrijven. Kortom, wat hebben we nu gedaan? We hebben een, eigenlijk voorbeelden gezien van wat een wortelformule kan zijn. Hè, je hebt natuurlijk heel veel verschillende soorten, omdat je ook heel veel verschillende getallen hebt en je daarmee heel veel verschillende combinaties kan maken. Dus een voorbeeld, dat hebben we gezien. We hebben gezien hoe we onze y moeten berekenen als we de x weten. Dus, hè, die x moeten we invullen dan. Dus stel je voor, $x = 3$, dan gaan we overal waar die x staat, gaan we die 3 invullen. Dan hebben we ook gezien hoe we een grafiek moeten maken, die hoort bij een bepaalde formule. In dit geval hadden we het over de formule $y = 2 + \sqrt{x}$, maar dat kan ook zomaar een andere formule zijn die je moet tekenen. En daarbij hebben we ook gezien dat beginstukje van onze lijn, zeg maar hier die rode lijn, dat die wat steiler loopt en dat 'ie later wat vlakker gaat lopen. Maar let op! Deze lijn kan ook spiegelen, dus hij kan precies de andere kant op lopen of hij kan op verschillende plekken in je assenstelsel staan, maar dat is maar net welke formule je hebt. Maar hij is altijd ongeveer in deze vorm. En we hebben gezien hoe we moeten controleren of bepaalde punten ook op de grafiek liggen. Dit is waar de komende sommen over gaan. Dus alle sommen die jullie zo meteen voor het huiswerk moeten maken, gaan over dit onderwerp. Wat ik nog van jullie wil weten: Zijn hierover nog vragen? Zijn hierover onduidelijkheden? Dingen die ik iets moet verduidelijken. Bij voorkeur, steek even je handje op, zodat ik je de beurt kan geven of typ je vraag even. Oh, kijk, daar is de eerste al. Leerling 2m, vertel.

Leerling 2m: Nou, ik vind het moeilijk als er gewoon een punt wordt gegeven, hoe kan je dan zien of het op de 'kaart' ligt? [Bedoelt grafiek]

Leraar: Nou, we hadden net dat punt Q, hè?

Leerling 2m: Ja.

Leraar: En, ja, je kan niet zien of het op, in je assenstelsel ligt, want dat assenstelsel is te klein om dat punt te tekenen. Ben je dat met me eens?

Leerling 2m: Eh, ja.

Leraar: Oké, dus hij is te klein. Dus we moeten een manier verzinnen, waarop we kunnen controleren of die twee getalletjes, dus dat x -getalletje en dat y -getalletje, bij elkaar horen. En die horen beiden, zeggen ze, bij de formule $y = 2 + \sqrt{x}$.

Leerling 2m: Ja.

Leraar: Dus om te controleren of het getalletjes $110 \frac{1}{4}$ en het getalletje $12 \frac{1}{2}$ bij de formule $y = 2 + \sqrt{x}$ horen, kunnen we misschien, het beste, één van de twee getalletjes invullen in de formule. En je kan dus kiezen voor $110 \frac{1}{4}$, maar je kan ook kiezen voor $12 \frac{1}{2}$. Alleen het vervelende is, als je weet dat je $12 \frac{1}{2}$ moet gebruiken, hè, stel je voor, die wil je invullen, dan komt 'ie natuurlijk voor de = te staan. Ja, en hoe moet je nu aan je x komen? Dat is best lastig. Ben je dat met me eens?

Leerling 2m: Ja.

Leraar: Ja. Andersom, dus als we nou die x , hè, dat x -getalletje gaan gebruiken, dus die $110 \frac{1}{4}$, ja, als we die invullen in onze formule, dan krijgen we deze [wijst aan op het scherm] regel. En ben je het met me eens dat we hier wel wat kunnen uitrekenen?

Leerling 2m: Ja, maar waarom bij $12 \frac{1}{2}$ niet dan?

Leraar: Ja, dat kan wel, maar die is wat ingewikkelder. En wil je liever de makkelijke route of de moeilijke route?

Leerling 2m: Oh, ja, ik heb wel liever de makkelijke route.

Leraar: De makkelijke route, hè? Ja, dus ik wil je best wel uitleggen hoe die moeilijke route werkt, maar het lijkt mij veel slimmer om die makkelijke route te pakken. Dan heb je iets minder werk en de kans dat het goed gaat is veel groter.

Leerling 2m: Dus je moet gewoon het grootste getal pakken?

Leraar: Nee, je moet niet het grootste getal pakken. Je moet het getalletje pakken wat bij de x hoort.

Leerling 2m: Oh, oké.

Leraar: Dus kijk eens naar vraag f, daar heb je het punt $R(15,6)$. Welk getalletje hoort bij de x ?

Leerling 2m: Eh, 15

Leraar: 15. Dus welk getalletje ga je gebruiken?

Leerling 2m: Eh, 15.

Leraar: 15. Dus we gaan overal waar de x staat, 15 invullen.

Leerling 2m: Oké.

Leraar: En dan komt daar een getalletje uit. En als dat 6 is, dan weet ik: "Hé, hij ligt op de grafiek." Want dan klopt 'ie. Maar als het nou geen 6 is, ja dan klopt 'ie niet. En dat is dan je conclusie.

Leerling 2m: Oké.

Leraar: Is hij zo een beetje duidelijk, eh, leerling 2m?

Leerling 2m: Ja, zo is 'ie wel duidelijk.

Leraar: Oké.

Leerling 2m: Dank u wel.

Leraar: Graag gedaan. Zijn er verder nog vragen? [pauze] Ik zie geen handjes op dit moment, ik zie ook niks verschijnen in de chat. Eh, dan wil ik het volgende. Omdat ik niet 45 minuten lang wil kletsen, wil ik jullie eigenlijk die laatste, ja wat zijn het, 10 minuten, 12 minuten, de tijd geven om wat sommetjes te maken. Dat zijn de sommen 61 tot en met 68 en dan hoeft je 65 niet te maken. Ik ga dat ook even in de vergadering zetten, in de chat typen. Dus 61 tot en met 68 en dan 65 niet. Dat is zo'n plus-som, die gaan we niet doen. Hè, zo'n extra moeilijke, dus die mogen jullie overslaan. Eh, dat gaan jullie doen en daarbij mag je van mij in de vergadering blijven, maar je mag er ook uitstappen. En voor na de vakantie, dat ga ik ook in Magister zetten, verwacht ik van jullie dat jullie het huiswerk, dus 61 tot en met 68 en 65 niet, eh, inleveren via Magister en dan de ELO, opdrachten. En leerling 3m is daar heel verdrietig over, zie ik al. Maar dat is wel hoe we het gaan doen. Ik kan het niet leuker maken dan dat het is. Eh, dus, nogmaals, jullie mogen van mij de vergadering verlaten. Ik blijf beschikbaar tot half 4 voor vragen, dus je kan mij gewoon berichtjes sturen, je kan mij nu gewoon, je microfoon aanzetten en je vraag stellen. En, eh, dan hoor ik wel of er nog vragen zijn. Maar dan sluit ik mijn, eh, deelscherm.

[leerlingen verlaten de meeting]

Leerling 4f: Mevrouw, ik had nog een vraagje over die, eh, wat u net had, eh, wat had u? Even denken hoor. Eh, toen u dat uitlegde, opdracht 63 en dan a. Daar schreef u naast, er stond zo'n lijntje, en daarnaast stond nog iets.

Leraar: Ja, daarnaast stond eventjes uitgewerkt hoe je aan die getalletjes onder, eh, bij de y komt.

Leerling 4f: Oké, moet je die zelf ook opschrijven of niet?

Leraar: Als je een tabel maakt, hoeft je dat van mij niet op te schrijven, maar ik heb toen even gedaan om te laten zien hoe het ook alweer werkt.

Leerling 4f: Oh, oké.

Leraar: Ja?

Leerling 4f: Ja, fijne feestdagen!

[De rest van de leerlingen verlaat de meeting]

[Einde les]

Appendix 12: Transcript of lesson 33116 in English

Teacher: Uh, what I want you to do is you open your book on page, uh, what is it, 156, 157. And what we're going to do is I'm gonna tell a very little piece, uh, and then I will give the further explanation based on the assignment we are going to make together. So, on the basis of exercise a that we are going to do, I am going to emphasize all the words, tell how certain things work, because that seems most pleasant to me. Do write along, because it is also an exercise for the next time for the homework for after the holiday. Because this is the last lesson before the holidays, so, um, take advantage of it. Okay, I'm going to share my screen. That's enough gossip on my part about things like that. And then you should see an exercise that we have done before. And we will continue to work on that. And, um, before I start making an exercise, I want to go through a few things with you first. At the beginning of this chapter, so when we started a few weeks ago, we talked about quadratic formulas. And I then said that there is usually, not always, but usually a square in a quadratic formula. Usually, huh. So, imagine, you can get a formula, $y = 2x^2 + 3$, huh. We called this a quadratic formula. And, um, you could also get $y = \frac{1}{2}x + 3 + 4x^2$. We also called this a quadratic formula. In your case, in this chapter, you will mainly only get quadratic formulas that contain a square. But we're going later, that's only in a while, one of the last chapters of this year, you're going to also get quadratic formulas, which is also a quadratic formula, which does not contain a square. Now we are at section 4.5 and we are going to talk about square root formulas. Well, and when I'm talking about a formula, you know it's always something with $y =$, and then a story behind it that also has an x in it. But of course, you can also replace your y and x for another letter. So, you can also make it $t =$, and then a whole story with all numbers and for example the letter a . It just depends on which number and which letter is used. But it always remains a combination between two letters. We're going to talk about formulas again, so you get another formula. Well, and the word square root formula actually says it all. This formula now also contains a square root, or a square root is incorporated. So, for example, I'm going to give you an example again. Let's see, where did my mouse go, it disappeared for a while. Here it is. $Y = \sqrt{x}$. Hey, you see two letters here that are different from each other, I chose y and x this time, and you see a square root. I am going to give another example, which is also a square root formula and that is for example $y = 2 + \sqrt{2x}$. This is also a square root formula, because this formula also contains a square root. Well, and with these formulas you should start calculating in a moment. So, you have to be able to calculate your y and you have to be able to draw it, so you have to know "Oh, where, what does it look like, roughly how does this graph run?". And you have to be able to see if a certain point is also on the graph, so you have to be able to check that. Uh, thank you for saying I look really cool, student 1m. That's very beautiful. Um, I know it's not great having a headset like that, but that's the best way to understand me. But, to come back to the subject for a moment. So, you have to be able to recognize a square root formula. So, what is a square root formula? Well, I just said, a square root formula always has a square root, so you recognize it by that. You have to be able to draw it, so what does it look like, so you need to know that. You need to know how to get your y if you gave your x . So, you have to be able to calculate with a formula. And you have to be able to check data with your formula. Well, all those things, all those 4 things actually, we are going to do. And we are going to do that by looking at assignment 63. All those 4 things are reflected there. 64 I said, I mean 63. So, grab exercise 63 and, um, and so a notebook and a pen, so you can write along. Okay. 63, it says: "Given is the formula, $y = 2 + \sqrt{x}$, so when I'm going to write, I have assignment 63 here and then I have the formula $y = 2 + \sqrt{x}$. I want you to always adopt the formula. So even if you don't start with the question yet, you always adopt your formula. When you have done that, then you continue with the question. So, we now go to question a. It says: "Fill in the table and round to 1 decimal if necessary." So, let's go, I'm going to take over the table. I think you should too, because you don't have these in the workbook. So, I take it over neatly, of course you do that as quickly as well. 2, then we have 3, 4, 5 and 9. And you can make the table with pen. If you can do it neatly without a protractor, but if you cannot do that neatly, let me know. And then we will fill in what is still there. It says here that this

must be a 2 and under the 1 there is a 3. Now the only question is, how did they get that 2 again on that 3. Because, yes, we have to be under the 2, under the 3, under 4, under 5, under 9 also find the numbers. I'm going to write that out, I'll do that next to it. And I do that for a moment, then I put a line behind it, and I do that at 0 and at 1. And then at 2 I also do it. And then at 3, 4, 5 and 9 I don't do it anymore, so know that for a moment. And I do that at 0 and 1, to show that it is really correct. Well imagine, I know my $x = 0$ because that's given, huh, that's right here in my table, that's right there. So, I can replace it with 0 wherever there is an x in my formula. So, I get $y = 2 + \sqrt{0}$. If I calculate this, then of course I have a calculator, but maybe you can do it by heart. Then I get that 2, I leave it. And the square root of 0, if you calculate it, you can still do this by heart, is of course just 0. That is nothing, nothing stays nothing. And we also know what $2 + 0$ is, so that's 2. So that way we get to that 2. Well, am I going to do that at $x =$, where is my pen again? Here. When $x = 1$. So, what I'm going to do is, wherever that x is, I'm going to replace it with 1. So, I'm going to write $y = 2 + \sqrt{1}$. 1, like this. And I'm going to calculate that again. Well, those 2, we can't do anything with that yet, so we'll take them over. And the square root of 1 is 1. Hey, if you don't know that by heart, just enter it on your calculator and you will also end up with 1. And we know that $2 + 1$ is 3. So, then you see, hey, that's right too. We are also going to do with 2, so that is a new one. And when we enter that, we get $y = 2 + \sqrt{2}$ and I can already tell you that the square root of 2 doesn't work out nicely. That means that you are going to get a decimal number here. And what was in the question? The question said that you had to round to 1 decimal place. And you're used to rounding off at the end, so that's what we're going to do here. So that means that if you are not allowed to round off in the meantime, we will write down: 1.414. Well, then you can also copy the rest of the numbers or you can write down some dots. This also indicates that you have not completed yet. Well, $2 + 1.414$ and further, because that "and further" is also included, of course becomes 3,141 and further. And this is about 3.4. So only at the end do you say what it is and fill it in neatly in your table. Well, at $x = 3, x = 4, x = 5$ and $x = 9$ it works exactly the same way. You can do this very quickly by entering it on your calculator and that's what we're going to do now. So, we're just going to fill it in neatly now. And at, if we fill in $x = 3$, it adds up to and, rounded off 3.7, right? It has been completed again. And if we are going to fill in, um, $x = 4$, we will arrive at 4. And if we are going to fill in that x must be 5, then we will arrive at approximately 5.2 [teacher says 5.2, but writes it down correctly.]. And if we are going to enter $x = 9$, we end up with 5. Okay, so now you've seen what to do if you know your x and calculate y . And you can expect such questions at [exercise] 61 and 62. Then, at b, the question is: "The graph is a smooth curve ..." and a smooth curve, by which we mean that it is a line that is nicely curved. So, you can draw it freehand. So, it is not a very straight line that you can draw with your protractor, you have to draw it from your hand. And the question is: "... draw the graph". And that is something we have to do now.

Let's see if I have a very beautiful, yes, look here, I can draw a very beautiful coordinate system here. So, it may not be quite the right form, but we will keep this one for a while. So, what you do when you have to draw a graph is always use a coordinate system. Hey, because it has to be included in that. And what you should not forget is that in your coordinate system there will always be an x there [on the screen] and there [on the screen] a y . If you do not write it down, on the test for example, it will really be counted incorrectly. As you are used to from me. Then we will neatly add the numbers everywhere. Um, of course this is -1 , I'm writing down -2 . That's what you get when you do two things at the same time. And we are also going to do that on this side. Eh, make sure you write the numbers that belong to the x -axis underneath and that numbers that belong to the y -axis are briefly on the left. So just like I do it. And we do that because we draw most of the drawing in the plane where there are no numbers in a moment. So that's the top right face, say. This plane, that's this plane, say. We sign in the most, so we want to keep it the most generous. Well, we have drawn a coordinate system and if we want to draw a graph, we know that the requirement is that there must always be a table. Now we are very lucky, because we have already created a table for question a, so we can just use it. So, we don't have to create a table again. Okay, we have a table, we have drawn a

coordinate system. So now we can fill in the points we have found in our table in our coordinate system. So, I have the point, I'm going to pick up another colour, the point (0,2), so I put a point at (0,2). Then I have the point (1,3) and you will see that my coordinate system will be just a bit on the small side. You can draw it a bit bigger, I don't have that space. So (1,3) we also have. Then we go to (2; 3,4), so (2; $3\frac{2}{5}$), just to put it very nicely. And that's about here. Hey, he won't take it again. There, that's about there. And then we go to (3; $3\frac{7}{10}$). That's right there. Then we go to (4,4). 5 is about here. Well, and I can no longer draw 9, because it is no longer with my x . You could extend this x -axis and go up to 9 and just draw (9,5). Now we have a coordinate system, we have a table, we have neatly incorporated the points from our coordinate system into, er, neatly in it. From our table neatly processed in our coordinate system. So, what are we going to do now? We're going to draw a line through it. And we start exactly with that 2, or that (0,2). So, the first dot that we have put or drawn. And then we're going to draw a line through it freehand. And you should notice that the farther you go, the closer the dots get together. So, the flatter the line will run. Hey, in the beginning it really goes up a bit from this. From that 0 to that first, there. From $x = 0$ to $x = 1$, it really goes a bit steeper than if you look at $x = 4$ and $x = 5$. There the difference is much smaller. So that's how to keep it on too. So, then it goes that way to 9. And that's how always such a kind of, um, root formula runs. And of course, it can still be tilted, mirrored, and so on, but it always runs quite steep at the beginning and always flattens. Okay, why do we start exactly here and don't we continue drawing from that (0,2) to the other side? So, say down here, this way [the negative part of the x -axis]. Well, you learned in the previous two paragraphs that the square root of a negative number does not exist. So, if I were to fill in that x , huh, if x is -1 and so I take the square root of -1 , then that is not possible. It just doesn't work out. So that's why on this side, so on this side [teacher draws in the coordinate system], it is very difficult for me to indicate otherwise, you don't draw anything. So, your starting point is really at (0,2). There you start, always. Well, not always, but in this case. So, you cannot calculate a negative square root. That really matters. Hey, you had already learned that, but I will emphasize it again. So, we have now covered: how should you draw such a graph? Hey, how do you draw such a square root formula? And how do you calculate your y if you know your x ? Then question c is, we are going to do it in between, that's just an in-between question. There it says, "Write down the coordinates of the starting point of the graph." Well, the starting point, so look at, huh, I actually said that already, starting point is of course where you start drawing and where you are not allowed to continue, the other way. Hey, on this side, so on this side where the arrow is now going, I can continue drawing. But the arrow that is now drawn to the left, I may not draw any further than (0,2). So (0,2) is our starting point. And we can write that down right away. We do not need to give any further explanation. Okay, let's go to question d. Because there is actually a bit of calculating again if you have given your x and you want to know your y . Because there it says: "On the graph is the point P, with x coordinate 2500. Calculate the y coordinate of P." So, I want to know what my y is. And of course, I gave my x . So, I have to write that I know that $x = 2500$. And what am I going to do now? I will calculate this neatly and note, you have to show a calculation. So, I'm going to write that $y = 2 + \sqrt{2500}$. Well, and the square root of 2500 is the first thing we need to calculate. And when we calculate that, we get $2 + 50$. If you don't know this by heart, just enter it on your calculator. Some may know this by heart. And $2 + 50$ is of course 52. In other words, don't forget this, there is still a conclusion to be reached, so the y -coordinate of P is 52. That is d. And then the last, the penultimate question of this exercise. That was about checking the piece, can we also check things? Yes, we can. For here the question is, "Use a calculation to find out whether the point Q ($110\frac{1}{4}$; $12\frac{1}{2}$) is on the graph." So, I have to find out if the point ($110\frac{1}{4}$; $12\frac{1}{2}$) is on the graph we just drew. So, it's still about the formula $y = 2 + \sqrt{x}$. It's still about that. Well. We can make this very complicated for ourselves, by using the y , the y coordinate, so $12\frac{1}{2}$. We can also make it a bit easier, because now we just say, "We take that $x = 110\frac{1}{4}$." So, what are we going to do, we are just going to fill in that $110\frac{1}{4}$. So, we are going to fill in that $2 + \text{square root } 110.25$. I just made it comma 25, which is of course the same. If we are going to calculate this, we must of course first calculate the square root again. And that is the square root of $110\frac{1}{4}$ or 110.25. Well, we can take

over those two. The square root of this is of course 10.5 and I don't think you guys can't get out of your head. So just grab your calculator, because you can use it as well. And we can do this by heart, because $2 + 10.5$ is of course 12.5. And this, ladies and gentlemen, we can write something else, because your calculator will use the decimal number, not the fraction, to $12 \frac{1}{2}$. Because comma 5 is the same as $\frac{1}{2}$, because that is also a half. In other words, is it correct that the x , $110 \frac{1}{4}$, belongs to the y , $12 \frac{1}{2}$? Yes, that's right. So, what can we say now? So, the point Q ($110 \frac{1}{4}$; $12 \frac{1}{2}$) is on the graph. And then at f , you can do that yourself, the question "Explain without calculation, that the point R (15.6) is not on the graph." So, you have to say in words why that point is not on the graph. So, you are not going to give a calculation, but you are going to describe it yourself in words. In short, what have we done now? We've seen one, actually, examples of what a square root formula can be. Hey, of course you have a lot of different types, because you also have a lot of different numbers and you can make a lot of different combinations. So, an example, we have seen that. We have seen how to calculate our y when we know the x . So, hey, we have to fill in that x . So, imagine, $x = 3$, then we go wherever that x is, we enter that 3. Then we have also seen how to make a graph that belongs to a certain formula. In this case we talked about the formula $y = 2 + \sqrt{x}$, but that could also be just another formula that you have to draw. And we have also seen that beginning part of our line, say the red line here, that it runs a bit steeper and that it starts to run a bit flatter later. But watch out! This line can also mirror, so it can run exactly the other way or it can be in different places in your coordinate system, but that is just what formula you have. But he's always about this shape. And we have seen how to check whether certain points are also on the graph. This is what the next few exercises are about. So, all the exercises you have to do for homework in a moment will be on this topic. What else I want to know from you: Are there any questions about this? Are there any uncertainties about this? Things I need to clarify slightly. Preferably, raise your hand so I can give you your turn or just type your question. Oh, look, there is the first one already. Student 2m, tell me.

Student 2m: Well, I find it difficult if just a point is given, how can you tell if it is on the "map"?
[Means graph]

Teacher: Well, we just had that point Q, didn't we?

Student 2m: Yes.

Teacher: And, yes, you cannot see if it is on your coordinate system, because that coordinate system is too small to draw that point. Do you agree with me?

Student 2m: Um, yes.

Teacher: Okay, so it's too small. So, we have to come up with a way to check whether those two numbers, that x -number and that y -number, belong together. And they both belong, they say, to the formula $y = 2 + \sqrt{x}$.

Student 2m: Yes.

Teacher: So, to check whether the numbers $110 \frac{1}{4}$ and the number $12 \frac{1}{2}$ belong to the formula $y = 2 + \sqrt{x}$, we might, best, enter one of the two numbers in the formula. And so, you can choose $110 \frac{1}{4}$, but you can also choose $12 \frac{1}{2}$. The only annoying thing is, if you know that you have to use $12 \frac{1}{2}$, huh, imagine, you want to fill it in, then of course it will be the $=$. Yes, and how should you get your x now? That is quite difficult. Do you agree with me?

Student 2m: Yes.

Teacher: Yes. The other way around, so if we are going to use that x , huh, that x -number, so that $110 \frac{1}{4}$, yes, if we enter that in our formula, then we get this [points on the screen] line. And do you agree that we can do some calculations here?

Student 2m: Yes, but why not at $12 \frac{1}{2}$?

Teacher: Yes, that is possible, but it is a bit more complicated. And do you prefer the easy route or the difficult route?

Student 2m: Oh yes, I prefer the easy route.

Teacher: The easy route, huh? Yes, so I would like to explain to you how that difficult route works, but it seems much smarter to take that easy route. Then you have a little less work and the chance that things will go well is much greater.

Student 2m: So, you just have to take the largest number?

Teacher: No, you shouldn't take the largest number. You have to take the number that belongs to the x .

Student 2m: Oh, okay.

Teacher: So, look at question f, there you have the point R (15.6). Which number belongs to x ?

Student 2m: Eh, 15

Teacher: 15. So which number are you going to use?

Student 2m: Eh, 15.

Teacher: 15. So we're going to fill in 15 wherever the x is.

Student 2m: Okay.

Teacher: And then there is a number. And if that's 6, then I know, "Hey, it's on the graph." Because then it is correct. But if it is not 6, then yes, it is not correct. And that is your conclusion.

Student 2m: Okay.

Teacher: Is it a little clearer, um, student 2m?

Student 2m: Yes, it is clear that way.

Teacher: Okay.

Student 2m: Thank you.

Teacher: You're welcome. Are there any further questions? [pause] I don't see any hands at the moment, I don't see anything appearing in the chat. Um, I want the following. Because I don't want to chat for 45 minutes, I actually want to give you that last, yes what are they, 10 minutes, 12 minutes, time to do some exercises. Those are the exercises 61 to 68 and you don't have to do 65. I'm also going to put that in the meeting, type in the chat. So, 61 to 68 and then 65 not. That is such a

plus-exercise, we are not going to do it. Hey, such an extra difficult one, so you can skip that one. Uh, you are going to do that and I let you stay in the meeting, but you can also get out. And for after the holiday, I will also put that in Magister, I expect you to hand in the homework, so 61 to 68 and 65 not, uh, via Magister and then the ELO, assignments. And student 3m is very sad about that, I see. But that is how we are going to do it. I can't make it more fun than it is. Um, so again, I let you leave the meeting. I will be available until 3.30 for questions, so you can just send me messages, you can just turn on your microphone and ask your question. And, um, I'll hear if there are any questions. But then I close my, um, cameo.

[students leave the meeting]

Student 4f: Ma'am, I had a question about that, um, what you just had, um, what did you have? Just think. Uh, when you explained that, assignment 63 and then a. You wrote next to that, there was such a line, and next to it was something else.

Teacher: Yes, it was also briefly worked out how to get those numbers under, uh, to the y.

Student 4f: Okay, should you write it down yourself or not?

Teacher: When you make a table, you don't have to write mine down, but I did it then to show you how it works again.

Student 4f: Oh, okay.

Teacher: Yes?

Student 4f: Yes, happy holidays!

[The rest of the students leave the meeting]

[End of lesson]

Appendix 13: Transcript of lesson 12417 in Dutch

[Begin les met absenten]

Leraar: Oké, jongens. Hé, welkom allemaal. Mooi dat jullie er zijn. We gaan even beginnen, ik zal even het scherm eerst delen. En als het goed is, leerling 1m, zie jij nu 'Hallo allemaal' staan?

Leerling 1m: Ja.

Leraar: Nou, hartstikke fijn. Nou, jongens, dan gaan we even beginnen. Hé, ik had even een programma gemaakt, even, eh, omdat we, nou ja, alle sommen nakijken, dat zal lastig gaan natuurlijk. Dus, eh, we gaan eventjes een aantal sommen, waarvan ik denk: nou, die zijn belangrijk, ook voor morgen, eh, nou daar beginnen we dan eventjes mee na te kijken. Die extra opgaven van vorige week moeten we natuurlijk ook nog eventjes bekijken. Nou, misschien is er dan nog tijd voor nog een opdracht, maar dat gaan we even bekijken, hoe snel dat gaat. Hé, wil je even voor je pakken, bladzijde 26, opgave 29a. Ik heb op zich, moet ik zeggen, het plaatje van de vraag hier [op het scherm] ook. Dus wat dat betreft, kun je ook even meekijken. Nou, het gaat om het volgende. Exponentiële groei, hè, belangrijk in dit hoofdstuk natuurlijk. En daar staat: "Het beleid van de regering is erop gericht om de hoeveelheid opgewekte energie door particulieren met zonnecellen, eh, met zonnecellen opgewekt, hè? Om dat elke drie jaar met een factor 2,5 te vermenigvuldigen. Bereken nou eens het groeipercentage per jaar. Leerling 2m, zou jij eens kunnen vertellen hoe jij dat hebt aangepakt?

Leerling 2m: Nou, ik snapte de hele stap niet, dus ik heb hem niet gemaakt.

Leraar: Deze snapte je niet?

Leerling 2m: Nee.

Leraar: Oké. Hé, met welk getal wordt het blijkbaar vermenigvuldigd? Volgens de tekst?

Leerling 2m: 2,5?

Leraar: Ja, met 2,5. Oké. Hé, en dan is dat dus eigenlijk de groeifactor, zeg maar, hè? Daarmee wordt het namelijk vermenigvuldigd. De vraag is eventjes: Die groeifactor, voor welke periode geldt die? In hoeveel tijd gaat het keer 2,5, om het zo maar te zeggen? Leerling 2m?

Leerling 2m: Eh, 3 jaar.

Leraar: Precies, dat is voor 3 jaar. Maar ze stellen de vraag van wat is nou het groeipercentage, ja, per één jaar, hè? Nou, als je een groeipercentage wil uitrekenen, moet dat altijd via de groeifactoren. Nou, ik heb een groeifactor hier, voor 3 jaar. Maar weet je, leerling 2m, nog, ik blijf eventjes bij jou, weet je nog hoe je zo'n groeifactor van 3 jaar om kan zetten naar een groeifactor van 1 jaar? Daar hebben we het wel over gehad.

Leerling 2m: Eh, $1/3^e$ erachter?

Leraar: Ja, precies. Nou ja, 2,5 en met 'erachter', wat bedoel je daar precies mee? Ik bedoel eigenlijk: Bedoel je keer $\frac{1}{3}$ of tot de macht $\frac{1}{3}$?

Leerling 2m: Eh, tot de macht $\frac{1}{3}$.

Leraar: Ja, super. Nou, wat komt eruit als je dat intikt, leerling 2m? Tik het maar eventjes in. Wat voor kommagetal krijg je dan? [pauze] Heb je dat, leerling 2m?

Leerling 2m: 1,35

Leraar: 1,3572..., dat zie jij ook waarschijnlijk. Nou, zo hè? Puntje, puntje, puntje. Niet afronden, dat doe je op het eind maar. Hè, tussendoor niet afronden, kun je er ook geen foutje in maken, zeg ik altijd maar. Maar nu zeggen ze, leerling 2m, met hoeveel procent is dit nou omhooggegaan? Als de groeifactor van 1 jaar 1,35 is. Weet je hoe je dat nog doet? Hoe zet je dit nou om in procenten?

Leerling 2m: Eh, $\frac{\text{nieuw} - \text{oud}}{\text{oud}}$, keer 100?

Leraar: Nou, die nieuw min oud-formule hoef je niet, je vergelijkt hier geen twee dingen met elkaar. Maar keer 100 klopt wel. Ik kan het getal 1,35720, nou nog wat, zeg maar. Dat kan ik keer 100 doen. Wat komt er dan uit, leerling 2m? Dat kan je misschien wel uit het hoofd, of niet?

Leerling 2m: Als je, als je wat keer 100 doet?

Leraar: Nou, die 1,35720 enzovoort. Als je dat nou keer 100 doet, wat komt daar dan te staan?

Leerling 2m: 135,7.

Leraar: Perfect. 135,72 nog wat. Zo, hè? De vraag is: wat is nou het groeipercentage per jaar? Wat komt er nou per jaar dan iedere keer bij?

Leerling 2m: 35%

Leraar: Precies. Dat is per jaar, ongeveer 35. Weet je nog van de afspraak, leerling 2m? Op hoeveel ronden we procenten altijd af, als er verder niks bij staat? Weet je dat nog?

Leerling 2m: Eh, op één? Eén decimaal?

Leraar: Ja, klopt. Eén decimaal, helemaal goed. Oké, nou, dan hebben we hem opgelost. Even goed nog naar kijken, leerling 2m. Belangrijk hoor, het omrekenen van groeifactoren van de ene tijdseenheid naar de andere, hè? Van een week naar een dag of van een jaar naar een maand of nu dus van 3 jaar naar 1 jaar. Of andersom, van 1 jaar naar 3 jaar. Daar moet je goed mee kunnen rekenen. Anders moet je daar nog eens even goed naar kijken, leerling 2m. Ga je dat doen?

Leerling 2m: Mja.

Leraar: Oké, opgave 52. Laten we daar eens even naar kijken, jongens. Die staat op bladzijde, nou je ziet hem nu ook voor je staan, maar hij staat ook op bladzijde 26. Daar zou je ook even naar kunnen kijken. Daar staat het volgende. "Jaarlijks doet een aantal grote cruiseschepen Amsterdam aan", eh, of "een groot aantal cruiseschepen doet Amsterdam aan", staat er. En de cruiseschepen worden steeds groter. "Dat blijkt uit het gemiddelde aantal passagiers N per cruise. Dat aantal is in deze eeuw exponentieel toegenomen." Hé, bij een vraag als deze zou ik altijd even bedenken, oké, ze hebben het over de letter N . Dat kan je bijvoorbeeld even onderstrepen. Ze zeggen ook: het is exponentieel toegenomen. En dan weet ik waar ik aan toe ben. Want jullie weten wel, morgen dat tentamen, gaat over exponentiële groei, maar ook over lineaire groei. Dat loopt, zeg maar, een beetje door elkaar, maar het staat er altijd wel bij. Dus hier gaat het over exponentiële groei. Nou

was in 2003 het aantal passagiers 1118. En in 2008 was het aantal passagiers 1822. En dan moeten wij de formule van N opstellen. Ze zeggen ook nog dat $t = 0$ in 2000. Oké, daar moeten we het mee doen. Eh, eventjes, wat niet hoeft, maar wat ik nu wel eventjes doe. Ik kan hier natuurlijk ook een grafiek bij denken. [tekent grafiek] Tijd langs de as, hier N . En nou even een eerste vraag, aan leerling 3m. In 2008, hè, wat is t dan? Dus 2008, hè, daar vertellen ze wat over. Dan is het aantal 1822. Wat is daar t , leerling 3m?

Leerling 3m: Eh, dat is 8 jaar na 2000, dus dan is t 8.

Leraar: Ja, dan is t 8, hè? Oké. En dan is het, hoeveel is het dan? Nou, 1118, hè, staat erbij. Ho, doe ik dit wel goed? Wacht even. Ik maak nu even een foutje, zie ik. Even terug hoor, even terug. Ik vroeg jou, leerling 3m, 2008. Maar ik sla even een jaar over. 2003, moet ik natuurlijk mee beginnen. Die komt eerder. Wat is t in 2003, leerling 3m?

Leerling 3m: 3.

Leraar: Ja, die is dan 3, hè? En in 2003 was het aantal, dat klopte wel, dat had ik wel goed, dat was 1118. Nou, ik blijf even bij jou, leerling 3m. Dus 2008, dan is t natuurlijk gelijk aan?

Leerling 3m: 1822. [leerling geeft geen antwoord op de vraag]

Leraar: Ja, precies. Dan is t gelijk aan 8, hè. En het aantal is 1822. Leerling 3m, bedankt. Leerling 4m. Dit is omhooggegaan, hè? Dat kan je duidelijk zien. Het is gestegen van 1118 naar 1822. Kun je ook aangeven hoe die grafiek eruitziet van deze stijging? Kun je dat ook omschrijven?

Leerling 4m: Hij loopt niet recht?

Leraar: Nee, hij loopt inderdaad niet recht. Nou, ik, ik teken, dat is altijd een beetje lastig, maar hij gaat telkens sneller omhoog, hè? Zo. Dit is exponentiële groei. Niet volgens een rechte lijn, maar toenemende stijging. Oké, het gaat natuurlijk vooral om mijn twee punten, die ik heb. Leerling 5m, wat is nou de algemene groei van exponentiële groei? Ik moet een formule maken van N , maar dan?

Leerling 5m: Eh, $N = b * g^t$.

Leraar: Perfect. Dat moet je even goed leren en kennen. Exponentiële groei, dan is de algemene groei: $N = b * g^t$. Weet je zo, leerling 5m, welke ik als eerst moet proberen te vinden? De b of de g altijd? Als ik een formule moet opstellen?

Leerling 5m: Eh, ja, ik heb de g gedaan, want die moet je dan weten om b te kunnen berekenen.

Leraar: Perfect, hoor. Je moet met de g beginnen. Dat klopt inderdaad. Nou, kun je eens vertellen hoe je dat hebt gedaan?

Leerling 5m: Eh, nou, voor die 5 jaar moet je dan 1822 gedeeld door die 1118.

Leraar: Ja en je zei, hè, voor 5 jaar. Dat is de groeifactor voor 5 jaar. Dat schrijven we meestal op deze manier [$g_{5 \text{ jaar}}$] op. Ja, perfect. Heb je dit nog uitgerekend, wat hier uitkomt?

Leerling 5m: Eh, ja daar kwam 1,629... en dan moet je dat nog tot de macht $\frac{1}{5}$ doen.

Leraar: Ja, precies, mooi. Ja, want ik wil eigenlijk de groeifactor natuurlijk gewoon voor 1 jaar hebben. En dan doe ik diezelfde 1,629... of sommigen schrijven ook dit $[(\frac{1822}{1118})^{\frac{1}{5}}]$ op, dat mag natuurlijk ook. Dat is maar net wat je liever hebt, hoor. Dat doe je nog tot de macht $\frac{1}{5}$, hè, zei je?

Leerling 5m: Ja

Leraar: En wat kwam daaruit?

Leerling: 1,1026 en dan met puntjes.

Leraar: Ja, mooi. Nou, dat is goed. Nou, dan vraag ik leerling 6f. Wil jij eens... bedankt. Leerling 6f, wil jij eens verder kijken of, eh, vertellen, hoe die moet. Ik heb nu die, eh, die g , zeg maar, gevonden en dan?

Leerling 6f: Dan moet je de b berekenen.

Leraar: Ja en hoe doe je dat?

Leerling 6f: Eh, dan moet in de formule t en N invullen.

Leraar: Ja, klopt. En die g die weet ik inmiddels, hè? Dus ik schrijf het eventjes zo [$N = b * 1,1026^t$] op. En dan zeg je, je moet een t en een N invullen. Welke t en N zullen we invullen?

Leerling 6f: $t = 3, N = 1118$.

Leraar: Ja, prima. Mag ik op zich dat andere punt ook invullen, denk je?

Leerling 6f: Ja.

Leraar: Ja, perfect. Dank je wel, leerling 6f. Leerling 7f, kun jij nu vertellen hoe die verder moeten.

Leerling 7f: Eh, punten invullen.

Leraar: Ja en, eh, wat krijg je dan?

Leerling 7f: Dan krijg je, even kijken, eh, $b * 1,1026^3$.

Leraar: Perfect. Is gelijk aan?

Leerling 7f: 1118.

Leraar: Nou, mooi. En hoe kan je dan b nog uitrekenen?

Leerling 7f: Door, eh, 1118 gedeeld door $(1,1026 \dots)^3$ te doen.

Leraar: En je had hem misschien ook nog wel, of niet? Wat kwam eruit?

Leerling 7f: Eh, ik had hem niet uitgerekend.

Leraar: Oké, nou, weet je wat? Ik vertel je dat even. Daar komt uit 834 als je het intikt. Oftewel, $N = 834 * \dots$ Leerling 7f, hoe zullen we dat eerste getal, 1,1026 ..., hoe zullen we dat afronden?

Leerling 7f: Eh, gewoon op twee decimalen?

Leraar: Ja, nou, over het algemeen zeggen we: als er niets staat, doe dan op 3. Als je kiest voor 2 kun je niet helemaal zeggen dat het fout is, hoor. Want, ja, dan hadden ze het er maar bij moeten zetten dat het per sé op drie moet. Maar, als er niks staat, doen we eigenlijk gewoon 3. Dus dan zou het worden 1,10 ...?

Leerling 7f: 7, eh 3.

Leraar: Ja, 3, hè. Ja, precies. En dan nog tot de macht t , natuurlijk. En dan heb ik het compleet. Hé, leerling 7f, bedankt. Mooi. Netjes. Eh, misschien nog even een opmerking? Nou, in ieder geval, dit wordt hem, hè? Dit is de formule. We hebben hem nu helemaal compleet. Nog eventjes dit: je moet altijd doorrekenen met het onafgeronde getal. Nou, jullie zeiden ook helemaal goed, met die puntjes. Hij staat dan ook nog in je rekenmachine en zo moet je ook doorrekenen. Dus tussendoor niet afronden, dat moet je niet doen. Altijd met het onafgeronde getal doorrekenen. Met, eh, 'ans', hè, 'answer', op je rekenmachine, zou je kunnen zeggen. Nou, mooi! Gaan we even door naar de volgende. Ik doe even naar boven [scrollen]. Hierna zouden we even kijken naar 62a. Dat had ik natuurlijk ook gewoon hier kunnen zien. Nou, 62, even kijken. Die staat ook op bladzijde 40, ja. Nou, laten we daar eens even naar kijken. We moeten hier beredeneren wat het verzadigingsniveau is. En misschien wel één van de belangrijkste stappen is dan, ja hoe begin ik dan? Het verzadigingsniveau is, ja, het niveau, het getalletje, de hoeveelheid waar deze grafiek op een gegeven moment telkens dichterbij komt en nooit overheen gaat. Op een gegeven moment wordt het gewoon, wat ik ook invul, hetzelfde getalletje. Als ik maar ver genoeg, een getal invul wat groot genoeg is. Nou, leerling 8m. Hoe kan ik dit nou beredeneren? Want er staat 'beredeneren', nog één opmerking, en dat betekent dat ik niet getallen mag invullen. Ik moet echt uitleggen. Nou, leerling 8m, heb jij een idee hoe je dit kunt doen.

Leerling 8m: Eh, nee.

Leraar: Nee? Je moet altijd beginnen met 'Stel'. Misschien helpt dat je? 'Stel' en dan? Heb je een idee? Komt er wat op?

Leerling 8m: Eh, als t hoog wordt, wordt $0,85$ lager.

Leraar: ja, dus stel t is heel groot. Dat zei je, hè? Ik verstond je niet supergoed, maar volgens mij zei je dat. Ja, hè? Stel t is heel groot. En je begon al een beetje verder te gaan, toen zei je: $0,85^t$ wordt dan ongeveer?

Leerling 8m: Kleiner.

Leraar: Ja, maar het gaat nu niet zo zeer om of het kleiner wordt. Je hebt wel gelijk, hoor. Het wordt wel minder, maar je moet eigenlijk nu gaan vertellen waar dit naartoe gaat. Als ik nou een supergroot getal invul. Stel, in gedachten vul ik een miljard in, of nog veel groter. $0,85$ keer $0,85$ en ik ga maar door. Wat blijft er dan uiteindelijk over? Ongeveer?

Leerling 8m: 0.

Leraar: Ja, perfect. Dus dan schrijf je op, dit wordt dan ongeveer 0. Dan de volgende stap, wat moet ik nu dan opschrijven, leerling 8m? Ik moet langzamerhand die formule telkens groter maken zou je kunnen zeggen.

Leerling 8m: Eh, $13 * 0,85^t$?

Leraar: Juist. Ik pak nu die 13 er ook nog bij. Hè, dus ik begin heel klein, met $0,85^t$. Dan pak ik die 13 erbij. Nou, waar gaat $13 * 0,85^t$ dan ongeveer naartoe, denk je?

Leerling 8m: 0

Leraar: Ja, perfect, weer. Die gaat dan ook naar 0 natuurlijk. Oké, ik pak er weer een stukje bij. En dat schrijf ik dan ook letterlijk even op. Dan krijg ik $20 + 13 * 0,85^t$. Nou, leerling 8m, ik blijf nog even bij jou. Wat wordt dat dan ongeveer?

Leerling 8m: 0?

Leraar: Oeh, let op. Jij zei net, dat dit ongeveer 0 werd. Weet je nog? Dat hadden we hier staan. Zie je dat?

Leerling 8m: Ja.

Leraar: Als ik dan $20 -$, of eh, $+$ ongeveer 0 doe. Wat komt dat op uit?

Leerling 8m: 20.

Leraar: Ja, dat is ongeveer 20, hè? Daar moet je even goed oppassen, hoor. Eh, ik moet even een goede kleur pakken. Ja. Daar komt 20 uit. En dan nog één stap, en dan ben ik er bijna, leerling 8m. Wat moet ik nu opschrijven?

Leerling 8m: [iets onverstaanbaar]

Leraar: Sorry, nog een keer?

Leerling 8m: [onverstaanbaar]

Leraar: Je was heel slecht te verstaan, dus ik doe alvast eventjes dat ik dit opschrijf, nu. $[\frac{500}{20+13*0,85^t}]$
Je had net gezegd dat die onderkant, zeg maar, hè, $20 + 13 * 0,85^t$, dat dat ongeveer 20 werd. Wat komt dan hier $[\frac{500}{20+13*0,85^t}]$ ongeveer uit? Kun je dat nog zeggen? Wat komt daaruit, denk je?

Leerling 8m: 500 delen door 20.

Leraar: Ja, ja. Inderdaad 500 delen door 20. Dus eigenlijk kan je zeggen, nou, dit komt neer op ongeveer 500 delen door 20. En wat komt daaruit?

Leerling 8m: 25.

Leraar: Dank je wel. 25. Oké, hé, we moesten beredeneren wat het verzadigingsniveau was. Hé, leerling 8m, nou heb je dat helemaal goed gedaan. Heb je zo alle punten binnen op de toets, denk je?

Leerling 8m: Nee, dat denk ik niet.

Leraar: Nee, wat moet er nog even bij?

Leerling 8m: Eh, weet ik niet.

Leraar: Eindig altijd even met een soort van conclusie. Dat je even goed even bedenkt: geef ik nu antwoord op de vraag? Wat was uiteindelijk de vraag? De vraag was: wat is het verzadigingsniveau? Dus wat moet ik dan nu even netjes opschrijven? Dus? [pauze]

Leerling 8m: Het verzadigingsniveau is 25.

Leraar: Dus, het verzadigingsniveau is 20. [Leraar zegt het fout] Er hoeft geen eenheid achter, want het is een kale... som.

Leerling 8m: Meneer, is het 20 of 25?

Leraar: Het is 25, ja. Het is 25! Het verzadigingsniveau is 25. Volgens mij zei je het ook goed, leerling 8m, maar dat weet ik niet meer helemaal zeker. Nou, dank je wel, eh, leerling 8m.

Leerling 9f: Meneer, moet je per sé zeggen: 'stel t is heel groot?' of mag je ook zeggen: 'Stel t is heel klein'?

Leraar: Nee, je moet inderdaad zeggen 'stel t is heel groot'. Je wil namelijk weten, dat als je, goede vraag van je, je wil eigenlijk weten, kijk, dit is de grafiek [schetst de grafiek]. Als ik nou maar telkens verder ga naar rechts in die grafiek. Dan wil ik weten of die grafiek op een gegeven moment richting een bepaald lijntje, een bepaald getalletje gaat. En dus moet ik zeggen: 'Als ik t nou heel groot neem, kan ik dan ook beredeneren waar die stippellijn dus eigenlijk ongeveer zit?'

Leerling 9f: En als er dan dus een 0 komma zoveel getal is, dan zijn de eerste stappen eigenlijk identiek?

Leraar: Ja, je hebt gelijk. Als deze groeifactor, 0,85, onder de 1 zit, tussen 0 en 1, ja, je hebt gelijk, dan wordt dat stukje natuurlijk altijd ongeveer 0. Ja, dat klopt helemaal hoor, heb je helemaal gelijk in. Hé, eh, dan de volgende vraag, 63. Die lijkt er wel heel erg op, maar daar staat: "Beredeneer aan de hand van de formules of de grafieken van de volgende formules stijgend of dalend zijn." Dus ze vragen nu niet wat het verzadigingsniveau is. Het heeft best wel een beetje met elkaar te maken, natuurlijk. Maar ze vragen nu, is grafiek stijgend of dalend? Hoe begin ik dan met mijn redentatie? Want ik moet opnieuw een redentatie, eh, opschrijven. Eh, dan vraag ik leerling 10m even. Leerling 10m, weet jij hoe je dan moet beginnen?

Leerling 10m: Eh, dan begin je met 'als t toeneemt'.

Leraar: Ja, perfect. Eventjes nog: als je het verzadigingsniveau moet hebben begin je met 'stel t is heel groot' en nu begin je met 'stel t neemt toe'. Ik doe dat meestal eventjes zo [stel t ↑]. Stel t neemt toe, pijltje omhoog, dan neemt 'ie toe. Maar, hartstikke mooi. Dat moet je even goed leren, jongens, dat je dat niet verkeerd doet. Nou, zo. Kun je, leerling 10m, ook verder gaan? Die formule zie je daar rechts nog net staan. Nou, als t nou groter wordt?

Leerling 10m: Dan neemt die $0,35^t$ af.

Leraar: Dan neemt die af. Hartstikke goed, die gaat richting 0, hè? Hebben we net eigenlijk gezien in de vorige som, ja. Die neemt af. Hé, en wat is het volgende stapje wat je dan moet opschrijven dan?

Leerling 10m: Eh, dan neemt $1 - 0,35^t$, eh, toe.

Leraar: Juist. 1 min iets wat afneemt, neemt juist toe. En dan?

Leerling 10m: Eh, die $650 * (1 - 0,35^t)$ neemt ook toe.

Leraar: Ja, die neemt dan natuurlijk ook toe. Nou, super. Hartstikke goed, man. Even kijken hoor. Altijd even kijken. Beredeneer aan de hand of ze stijgend of dalend zijn, dus ik begin altijd ... of ik eindig altijd met een conclusie. Nou, wat moet ik nu opschrijven? Dus...?

Leerling 10m: Dus de grafiek is stijgend?

Leraar: Mooi, hoor. Ja, is stijgend. Nou, mooi.

Leerling 11f: Meneer?

Leraar: Ja. Bedankt, leerling 10m. Ja, wat is je vraag? Zeg het maar.

Leerling 10m: Als je pijltjes op de toets gebruikt, wordt het dan goed gerekend?

Leraar: Zeker, ja dat mag.

Leerling 10m: Oké.

Leraar: Goed, je stelt 't stijgt, dan neemt dat af'. Dat scheelt niet zoveel, maar ik denk: "dat gaat net even een beetje sneller." Oké, volgende vraag. 70. En die staat op bladzijde, als je hem even wil opzoeken, bladzijde 46. En we hadden afgesproken, volgens mij, dat we even naar 1 [a] zouden kijken. Ja. Eh, [pauze] zo. Ik moest nog even wat weghalen. Er stond nog iets, zag ik. Hé, we gaan de formule van grafiek 1 opstellen, maar hoe pak je dat nou aan? En ik heb leerling 11m net gevraagd, vraag ik nu leerling 12m even. Leerling 12m, heb jij een idee, hoe je dit moet aanpakken?

Leerling 12m: Eh, dan heb je sowieso twee punten nodig op de grafiek. Of op de lijn. Twee duidelijke punten pakken die je makkelijk kan vinden, zeg maar ...

Leraar: Ja perfect. Je zegt het precies goed. Heb je er twee gevonden die je goed kunt aflezen?

Leerling 12m: Ja, je hebt dan, eh, op de x -as bij 1.

Leraar: Ja. Ik maak hem nu dik. Deze denk ik, hè bedoel je?

Leerling 12m: Ja.

Leraar: Ja en die andere?

Leerling 12m: Dat is bij 7.

Leraar: Ja, volgens mij zijn dat ook de enige twee die mooi op een roosterpunt liggen. Dus zeg maar, eh, bij 1 en bij 7. Die twee heb je genomen, hè?

Leerling 13f: Meneer?

Leraar: Ja.

Leerling 13f: Eh, 8 toch ook? Of niet? Punt 8.

Leraar: 8, ja, lijkt ook wel een roosterpunt. Het wordt wel wat priegelig, maar volgens mij is het er ook één.

Leerling 13f: Ja.

Leraar: Ja, ik moet wel eerlijk zeggen, je moet wel altijd een beetje zoeken naar wat je het makkelijkst, het beste kunt aflezen. En 7, die is wel iets makkelijker af te lezen, lijkt zo. Maar goed, als je een ander punt pakt, is het niet direct fout of zo, hoor. Zeker niet. Hé, en leerling 12m, wat voor formule wordt dit?

Leerling 12m: $y = ax + b$.

Leraar: Oh, en waarom denk je dat het een $y = ax + b$ is?

Leerling 12m: Of, eh, $N = \dots$

Leraar: Ja...

Leerling 12m: $N = at + b$.

Leraar: Jij denkt dat het een lineaire is, hè? Eigenlijk een $y = ax + b$. En waarom zeg je dat? Omdat dat?

Leerling 12m: Ja, het is een rechte, stijgende lijn.

Leraar: Ja, ik snap je gedachte en toch is het niet helemaal goed. Kan iemand helpen? Kan iemand leerling 12 helpen? Wat is de verkeerde gedachtegang?

Leerling 13m: Het is exponentieel.

Leraar: Ja en waarom?

Leerling 14f: Door het roosterpapier?

Leerling 13m: Ja, dat is altijd zo, bij dat papier toch? Zo'n rechte lijn?

Leraar: Ja, dat is hem. Een rechte lijn op logaritmisch papier, dan is er sprake van exponentiële groei. Dat komt door het papier inderdaad. Want, op normaal papier zo de grafiek er zo [schets grafiek I] uit zien. Die van I dan, hè? Daar heb ik het nu over. Dan is het exponentiële groei. Alleen als je zo'n grafiek, die op normaal papier er zo uit ziet, op logaritmisch papier tekent, dan wordt dat een rechte lijn.

Leerling 15f: Eh, is dan lineaire groei ook recht op logaritmisch papier?

Leraar: Nee, dat gaat er nog weer anders uitzien, maar dat zullen we niet krijgen. Dus eigenlijk, eh, eh, in die zin, kun je, als je logaritmisch papier tegenkomt, zal er waarschijnlijk een rechte lijn te zien zijn, hoor. Dat kan ik je wel stiekem een beetje vertellen. Hé, leerling 12m, goed onthouden?

Leerling 12m: Ja, dat komt goed.

Leraar: Oké, hé, dan moet ik ook eigenlijk zo beginnen, hè. Dan zeg ik: “Oké, het is een rechte lijn op logaritmisch papier, dus ik moet exponentiële groei, eh, daar moet ik een formule van maken.” En dan ga ik dus zeggen: “wat is de algemene vorm van exponentiële groei”, leerling 12m? Hij werd al een beetje genoemd.

Leerling 12m: $N = b * g^t$.

Leraar: Ja. Je kijkt even goed naar die letters, want dat wou je net ook al een beetje doen. Je begon immers met $y = ax$ en toen dacht je van: “Oh ik moet wel met N en t werken.” Dus daar moet je natuurlijk altijd wel even goed op letten. Dat klopt. En we hadden twee punten, ik heb ze inmiddels weggehaald, want ik heb het plaatje kleiner gemaakt. Maar wat hadden we ook alweer? We hadden gekeken bij, volgens mij als ik het goed had, $t = 1$ en bij $t =$ ik dacht 7? Natuurlijk heel makkelijk op te zoeken, waarom doe ik dat ook niet? Kijk, bij 1 zat ‘ie daar en bij 7 zat ‘ie daar. Ja, dan moet ik nog even kijken, natuurlijk, leerling 12m, waar zit ik dan? Op welke hoogte? Hoe lees ik dat ook alweer af, op dat logaritmisch papier? Weet je dat nog?

Leerling 12m: Eh, dat was toch gewoon, eh, of in dit geval zou ik dan op... is dat dan 30?

Leraar: Ja, perfect. Want, ja, nou, dat is goed. Kijk, dit is 10 en dat is 100, hè? Je ziet het blauw worden, denk ik. [Leraar wijst aan op het scherm.] En dan weet je dat ieder streepje, komt er, nou ja, 10 bij, hè? Dus zo kom jij op 30. Dat is hartstikke goed. Mooi. Ik schrijf hem eerst even op. En dan moeten we natuurlijk nog die andere hebben, daar [pauze] bij 8. Nou, hoe hoog zit die, leerling 12m, kun je dat ook nog zeggen?

Leerling 12m: Eh, dat is... 130.

Leraar: Eh, kijk even.

Leerling 12m: Oh, eh, dat is dan 300.

Leraar: Eh, even kijken hoor, of dat helemaal klopt. Even kijken, je begint op 100, hè? Dit streepje is 100. Dan is dit streepje?

Leerling 12m: Ja. [Beantwoord niet de laatst gestelde vraag.]

Leraar: 200. Dit streepje is?

Leerling 12m: Eh, 300

Leraar: En dan is deze?

Leerling 12m: Eh, 400.

Leraar: Ja, ik eh, zonet was deze uit beeld, maar ja, toen je hem zag, wist je het volgens mij al een beetje. Dus je moet echt even streepjes tellen van 100 naar, nou, 200, 300, 400. Dus, even kijken, nu heb ik hem wel goed. Ik zal even wat ruimte maken hier. Zo. Eh, wat zei ik nou, 400, hè? Nou, leerling 12m, eh, bedankt. Leerling 13m, heb jij nou een idee hoe ‘ie nou verder moet? Ik heb twee punten, ik weet al welke vorm formule ik wil maken. Hoe ga ik nou verder?

Leerling 13m: Eh, moet je dan $7 - 1$ bij t , zodat je 6 krijgt?

Leraar: Ja, precies. En wat ga ik, wat probeer ik dan eerste instantie uit te rekenen?

Leerling 13m: Eh, g .

Leraar: Ja, en dan voor?

Leerling 13m: 6 dagen.

Leraar: Ja. In dit geval 6 dagen. Voor 6 stappen. En hoe doe ik dat dan ook alweer?

Leerling 13m: Eh, $g_6 = 30$ gedeeld door 400.

Leraar: Eh... [pauze]

Leerling 13m: Dat is 0,075.

Leraar: Ja, hé, dat is iets van 0 komma nog wat, hè? En als ik dan ...

Leerling 13m: Ja.

Leraar: Als ik dan telkens iets keer 0 komma nog wat doe? [pauze] Ik noem maar wat, ik doe telkens iets keer 0,2, keer 0,2, keer 0,2. Wordt het dan groter of wordt het dan kleiner? [pauze]

Leerling 13m: Kleiner.

Leraar: Ja. En hoe ging dat bij deze grafiek? Daar werd het? Dat is een stijgende, hè?

Leerling 13m: Eh, ja...

Leraar: Dus dan lijkt het toch niet helemaal te kloppen zeker, met die 30 gedeeld door 400? Kan iemand helpen? Kan iemand leerling 13m helpen? Volgens mij gaat er iets eventjes net even niet goed.

Leerling 14m: Moet je dat niet omdraaien?

Leraar: Ja, precies.

Leerling 14m: 400 gedeeld door 30.

Leraar: Ja. Hé, je moet altijd, zeg maar, eh, het laatste delen door het eerste. Hè, wat je krijgt delen door wat je had. Nou, 400 gedeeld door 30. Je kunt nog uitrekenen, eh, wat daar uitkomt. Eh, 3 eh, 13, nou komma nog wat. Hoeft niet eens per sé, hoor. Want je kan ook met 430 doorrekenen. [Leraar bedoelt 400 gedeeld door 30]. Hé, leerling 13m, wat is dan de volgende stap? Je weet nu g voor 6 dagen. En dan?

Leerling 13m: Voor één dag.

Leraar: Ja, precies. En hoe doe je dat ook alweer?

Leerling 13m: 400 gedeeld door 30 tot de macht $1/6^e$.

Leraar: Ja, mooi. Had je ook opgeschreven wat eruit kwam?

Leerling 13m: [gemompel]

Leraar: Anders kun je hem even intikken inderdaad. 1 komma?

Leerling 13m: 1,53989...

Leraar: Nou, zo zeg maar, hè? [Schrijft 1,53989... op het bord.] Nou, perfect. Dus, even kijken, dan ben ik zover nu. Eh, $N =$ [schrijft de leraar wel op, maar zegt dit niet] b keer die 1,539 enzovoort tot de macht t . Nou, leerling 13m, laatste nog even? Hoe kom ik nog op die b ook alweer?

Leerling 13m: t en N invullen.

Leraar: Ja. Hè, dus als $t = 1$ is, is $N = 30$. Ik zou maar altijd het, eh, nou ja, laten we zeggen het kleinste, het makkelijkste invullen. Nou, wil je dat ook nog even zeggen? Wat komt daaruit?

Leerling 13m: Ik had $b = 30$ gedeeld door 1,53 en dat is 19.

Leraar: Ja. Schrijf je in één keer die deling op, leerling 13m? Of schrijf je eerst nog deze regel even op? Regel: $b * 1,539 \dots^t = 30$. [Pauze] Ik bedoel, jij zei dit, hè, tegen me. $\frac{30}{1,539} \dots$

Leerling 13m: Ja.

Leraar: Meestal vullen we hem eerst nog even een keer in en daarna de deling. Hé, waar kom je dan op uit?

Leerling 13m: 19, ongeveer.

Leraar: Ja, 19,48 nog wat, hè? Dus, even kijken, $N =$. Hoe heb jij dat eerste getalletje afgerond? Die b ? Ja, zoals jij het zegt, blijkbaar, 19, denk ik?

Leerling 13m: Ja.

Leraar: Ja, dat zei je, hè? Prima. Keer, en die groeifactor, hoe zullen we die afronden?

Leerling 13m: Eh, 1,540?

Leraar: Ja, hè, 3 decimalen als er niets bij staat. Dus 5, dan wordt het 5, 4, 0. En de eerste ronden we vaak iets grover af, op helen. En dus, in dit geval 19, is prima. Nou, leerling 13m, eh, dank je wel, hartstikke mooi. Eh, ik scrol even naar boven. Dit was volgens mij de laatste die we even zouden bekijken. Ja. Hé, je ziet dus, we hebben twee keer zo'n formule opgesteld, hè? Dat deden we één keer hier, bij opgave 52. Daar was het op normaal papier zo'n grafiek, die je daar ziet staan [op het scherm]. En daarna zie je nu, bij 70 was het dus de rechte lijn op logaritmisch papier. Je ziet wel dat de berekening van de formule helemaal hetzelfde is, hè? Jongens, je mag er best vanuit gaan dat je die morgen gaat krijgen. Met exponentiële groei een formule opstellen. Trouwens, ook een formule van lineaire groei, zal er vast bij zitten. Eh, goed. We hebben even een paar belangrijke sommen eruit gepikt en het is ook al bijna tien over 4. Ik wil jullie nog eventjes laten zien, die opgave van vorige week. Want daar kwamen we niet meer helemaal aan toe om die na te kijken, weet ik nog. Dus ik denk, die wil ik jullie nog wel even laten zien. Misschien kun je nog even die uitwerking in je schrift opzoeken. Eh, de, er werd een verhaaltje verteld, hè, heel kort. De familie Kühler, die had zoveel

[wijst op het scherm] kilowattuur verbruikt, qua energie, elektriciteit en eh, dat kostte hen zoveel. [Wijst weer op het scherm.] En daarna was er een andere familie, die had wat meer verbruikt en die had natuurlijk dan ook wat meer kosten. Dat is wel logisch. En dan moesten wij de formule maken van B bij een verbruik van e. Ik wil nog eventjes benadrukken, normaal begin je altijd met $y = ax + b$, maar nu dus met $B = ae + b$. Let altijd even goed op de letters. Het wordt wel echt als een fout gezien, als je met y en x gaat werken hier. Nou, volgens mij zijn jullie hier vorige week mee bezig geweest. De richtingscoëfficiënt is dan 0,18. Hier staat een foutje, dit is dus 0,18. [Leraar wijst op 0,81 als antwoord in het digitale antwoordenboek.] En daarna moest je dan een punt invullen en dan kom je uiteindelijk uit op een b van 94,1. En dan krijg je uiteindelijk die formule. [Leraar wijst op het antwoord uit het antwoordenboek op het scherm.] Dus dit is dus een duidelijk voorbeeld van lineaire groei, of een lineair verband. [Leraar schrijft 'Lineaire groei!!' op het bord.] Dus volgt er een rechte lijn. Dan krijg ik dus de $y = ax + b$ of hier de $B = ae + b$ -vorm. En bij exponentiële groei, $N = b * g^t$. Dat verschil, die moet je echt beide goed kunnen en uit elkaar kunnen houden vooral. Het staat er wel altijd eigenlijk gewoon bij, hoor. Oké, nou. Goed, b en c kun je nog eventjes nakijken. Ik denk dat het nu, eh, tijd is, jongens, hoor. Hé, is er nog iemand die een vraag heeft of een vraag wil stellen? Of over morgen? Hebben jullie het in Magister trouwens zien staan? Eh, leerling 14, heb jij in Magister zien staan waar je moet zijn morgen? Leerling 14, ben jij nog aanwezig? Leerling 15f, heb jij het zien staan? [pauze]

Leerling 15f: Ja.

Leraar: Mooi, hartstikke mooi. Hé, denken jullie er even morgen om dat jullie je schrift meeneemt? Met de uitwerkingen? Dat moet je aan het begin van het tentamen dat schrift eventjes inleveren en dan, eh, gaan we dat eventjes doornemen. Even kijken of je alles goed hebt geoefend, want dat is wel nodig. Hé, jongens, eh, we houden ermee op. Bedankt voor de aandacht, zou ik zeggen. Ik wens jullie allemaal morgen heel veel succes. Zet hem op! En, eh, als ik jullie niet meer zie, dan wens ik je alvast een hele fijne vakantie. Hé, tot, eh, tot de volgende keer. Succes morgen! Hoihoi, tot ziens.

[Leerlingen zeggen een groet terug.]

[Leerling heeft nog een vraag over een som over exponentiële verbanden, som 15. 30 seconden materiaal mist hiervan.]

Leraar: Ja en dat was wel van dit hoofdstuk, hè? Ja. Hoofdstuk, eh, som 15. [Leraar zoekt som 15 op.] Ja. Nou, we gaan even kijken, leerling 16m. Kan nog mooi even. Ja. Oh, dat was die lange som.

Leerling 16m: Ja, precies.

Leraar: Ja, ja. Nou, waar had je een vraag over?

Leerling 16m: Nou, eh, het was namelijk dat... Je weet van 2014 het aantal en ze willen van 2011 weten. Maar ik weet ook het aantal van 2009. Dus mijn vraag is, eh, moet je dan, even kijken...

Leraar: Hé, heb je het nou over a, b, c, d of e?

Leerling 16m: Eh, d.

Leraar: Oké, ja, d dus. Ja, ik zie hem. "Vanaf 1 januari 2011 neemt het lineaire toe", staat er, hè? "Stel de formule op van het aantal actieve deelnemers [iets onverstaanbaars over 2011] en neem de tijd $t = 0...$ " Oh, ja. Zit ik even te kijken. Ja, en wat is precies vraag? Ik schrijf het even op, hoor, dan zie je het even voor je. Dat is vaak beter.

[bel gaat]

Leerling 16m: Even kijken, ik heb, tenminste, bij a is, ik heb $1226 - 150$ delen door $107 - 0$. Maar ik kom er toch [iets onverstaanbaars] $1226 - 611$ en dat kom je achter door vraag 15b te berekenen.

Leraar: Ja, want $t = 0$, dan is het 2009, hè?

Leerling 16m: Ja.

Leraar: Wacht even hoor, dat schrijf ik even op. $t = 0$ is 2009. Dus als zij het dan over het jaar 2011 hebben, dat wordt genoemd, hè, in dat verhaaltje voordat d begint, zeg maar, dan is t gelijk aan?

Leerling 16m: Eh, 2011.

Leraar: Wat is t dan, in dat geval?

Leerling 16m: Eh, ik heb 23. [Leraar schrijft '24' op.] 24?

Leraar: Ja, dan kijk ik even, hoor. Eh, $t = 0$, dan is het 1 januari 2009. Dat staat er, hè? Dat, dat, die formule moet ik maken. En voor d staat: "vanaf 1 januari 2011". Ja, kijk, dan ben ik precies 2 jaar verder en dat zijn 24 maanden.

Leerling 16m: Ik dacht dat je dan, eh januari dan niet meetelt, omdat dat dan nog begint.

Leraar: Ja, nee, nee hoor. Het is gewoon, kijk, als je van 1 januari tot 1 januari, hè. Als je van 1 januari 2020 naar 1 januari 2021, waar we bijna zijn, dan ben je, zeg maar, 12 maanden verder. En, en daarna hebben ze het over 1 januari 2014. Nou, dan zit ik ergens daar, zeg maar. [Leraar tekent op het bord.] Dus, 1 januari 2014, wat is t dan?

Leerling 16m: Eh, dat heb ik waarschijnlijk ook fout gedaan. Ik dacht 107.

Leraar: Nou, even kijken, eh, 2009, 1 januari, tot 1 januari 2014. Hoeveel jaar ben ik dan, eh, eh, verder, zeg maar?

Leerling 16m: 5.

Leraar: 5. En hoeveel maanden zijn dat?

Leerling 16m: Eh, even kijken, 5 keer 12?

Leraar: Yes.

Leerling 16m: Dat is 60.

Leraar: Ja, precies. Nou, en dan had je, ik weet niet of dit het foutje uiteindelijk was, maar bij $t = 24$ heb je bij c, volgens mij, uitgerekend... Nee, bij b werd het gevraagd, "Bereken het aantal actieve deelnemers op 1 januari 2011." Wat had je daar bij b uit? Weet je dat nog? Kun je dat nog terugzien?

Leerling 16m: Bij b... Ja, ik heb hem wel fout, want ik dacht 23 in plaats van 24. Maar ik deed dus die $150 * 1,063^{23}$.

Leraar: Ja, dat snap ik. Ja, ja, ja. Ja, ik snap het. En jij moest 24 hebben. Dus dan had je bij b die vraag ook fout. Ja.

Leerling 16m: Ja.

Leraar: En ze zeggen: op 1 januari 2014, dat geven ze gewoon, dan zeggen ze: nou, dat zijn er 1226.

Leerling 16m: Ja.

Leraar: Op zich, op een toets is dit natuurlijk een doorrekenfout, dat snap je, hè?

Leerling 16m: Ja.

Leraar: Nou, kijk, dan heb ik op zich zo. [Leraar tekent een rechte lijn in het getekende assenstelsel op het scherm.] Ja, het is lineair, hè? Dat staat erbij, hè. Even kijken, ja, "neemt lineair toe.", dus dan heb ik te maken, zo, met een rechte lijn. En ja, dan eh, dan kan ik hem oplossen.

Leerling 16m: Ja, ik wist dus niet welke van de formules ik moest gebruiken. Want ik kan die van 2009 gebruiken, want die weet ik exact. Want dat bestaat uit 150 miljoen. En ik kan die ook van 2011 gebruiken.

Leraar: Ja, zo bedoel je. Ja, ik snap het. Nou, kijk, je moet hier even kijken naar de vraag bij d. Daar staat: "Vanaf 1 janu... VANAF 1 januari 2011." Dus, vanaf dit moment. [Leraar tekent een pijl bij 2011 op het scherm.] Vanaf dat moment gaat het lineair. Daarvoor weet ik het eigenlijk dus niet, hè? Dat zeggen ze. Nou, dus dan ga ik er gewoon vanuit, oké, op dat moment wist ik dat er 4 en eh, 650 waren. Dat had ik, eh, eerder uitgerekend. Nou, en dan staat erbij, dat is een gegeven, in 2014, bij $t = 60$ dus, zijn er 1226. Dus, het, de beide gegevens zijn dit. Deze twee punten die worden gegeven. En ze vragen ons, nou stel nou eens een formule op van deze lijn...

Leerling 16m: Ja.

Leraar: Waarbij je vanuit moet gaan, die formule moet uitgaan dat $t = 0$ is in 2009. En daar heb ik zo eigenlijk al rekening mee gehouden, hè? Want ik heb al rekening gehouden dat, eh, 2011, dat dat 24 is. Dus ik heb, zeg maar, 2 punten, zou je kunnen zeggen. Het punt (24, 650) en dat andere punt is het punt (60, 1226). En daarmee moet ik dan die richtingscoëfficiënt uitrekenen. Normaal gesproken is dat dan altijd Δy gedeeld door Δx . Wat is het dan hier, trouwens?

Leerling 16m: Eh, dat is N . Nee. Ja.

Leraar: Ja.

Leerling 16m: En dan t .

Leraar: En beneden t . Ja. Hè, dan kan ik het verschil van de N , zeg maar, gedeeld door het verschil van de t . En dan kom je er vast uit.

Leerling 16m: Ja, klopt, dan wel. En ik had nog een vraag. Laatste vraag, eigenlijk.

Leraar: Ja, nee, tuurlijk.

Leerling 16m: Was een doorrekeningfout inderdaad. Wat zei u meneer?

Leraar: Nee, toe maar, toe maar, ja, stel je vraag maar. Helemaal goed.

Leerling 16m: Dat was bij 29. We hadden toen a gedaan, maar we moeten nu naar b, eigenlijk. Want dat vraagt dus terugrekenen volgens mij.

Leraar: Ja. Zal ik eens kijken of ik dat antwoord hier heb staan? Vast niet. Nee. Nee. Eh, ja, nou, dan bekijken we hem toch even? Heb je nog even tijd?

Leerling 16m: Jazeker.

Leraar: Ben je de laatste in de les? Dat denk ik wel, hè?

Leerling 17m: Ik ben er ook nog. Ik luister mee. Ik heb ook nog een vraag.

Leraar: Oh, helemaal goed. Nou, eh, b bedoel je, volgens mij?

Leerling 16m: Ja.

Leraar: Daar staat: "Het maximale vermogen van windturbines in Nederland is in de periode van 2005 tot 2015 vervijfvoudigd." [Docent schrijft 2005 -> 2015 vervijfvoudigd op.] [pauze] "Bereken het groeipercentage per jaar." Hij lijkt best wel een beetje op a, hè? Nou, kun je zeggen, hoe ben je begonnen? Wat dacht je te moeten doen?

Leerling 16m: Nou, ik weet dat 'ie in 10 jaar 5 keer omhoog is gegaan, gewoon gegroeid.

Leraar: Ja, dus de groeifactor van 10 jaar is gelijk aan... 5. Perfect, kan niet beter. En hoe reken je dan de groeifactor voor 1 jaar uit?

Leerling 16m: Nou, dan moet je de 5 tot de macht $1/10^e$ doen.

Leraar: Nou, mooi. Had je dat ook gedaan of zie je dat nu?

Leerling 16m: Nou, ik zie dat nu, want ik heb dus, [iets onverstaanbaars.] Ik heb dus 5 keer 2,5, want ik dacht, je moet de groeifactor van vraag a meenemen.

Leraar: Oh, zo bedoel je. Nee, dit was echt...

Leerling 16m: [iets onverstaanbaars]

Leraar: Ja, a en b waren echt twee losse vragen. Hey, nog eventjes trouwens...

Leerling 16m: Zo kom ik er wel uit denk ik, dank u wel.

Leraar: Hey, hoeveel procent is dit dan? Moeten we hem ook maar even afmaken. Hoeveel procent komt er nu per jaar bij?

Leerling 16m: 117? Komma 46?

Leraar: Nou, als ik het keer 100 doe, dan kom ik....

Leerling 17m: 17,4

Leraar: Dan kom ik natuurlijk op 117,5 afgerond uit. Maar je moet altijd wel bedenken: ik ben op 100% begonnen. Dus hoeveel procent is er dan bijgekomen?

Leerling 16m: 17,5.

Leraar: Klopt. Klopt. Leerling 17m zei het al even, inderdaad. Dus dan is dat uiteindelijk het percentage per jaar, hè?

Leerling 16m: Ja.

Leraar: Ja. Nou.

Leerling 16m: Dus dan is 'ie gewoon klaar?

Leraar: Dan is 'ie, dan is 'ie klaar. Ja, zeker.

Leerling 16m: Nice.

Leraar: Hé, leerling 17m, jij had ook nog een vraagje?

Leerling 17m: Ja, als u tijd heeft?

Leraar: Ja, hoor. Doe maar even.

Leerling 17m: Mooi. Eh, even kijken, het zijn twee hele kleine vraagjes in één opgave.

Leraar: Ja.

Leerling 17m: Eh, kunt u mij uitleggen, kijk als je met, eh, bijvoorbeeld hier, wat u nu op het bord heeft staan, eh, dat je die 5, eh, om dat voor 1 jaar uit te rekenen, doe je het door 1/10 breuk. Waarom doe je dat, waarom deel je niet gewoon door 10?

De vraag is: Je hebt de groeifactor voor x jaar, die is a . Waarom is de groeifactor voor 1 jaar dan $a^{\frac{1}{x}}$ en niet $\frac{a}{x}$.

Leraar: Ja, eh, ja, je...

Leerling 17m: Zoals je bij lineaire dingen zou doen.

Leraar: Ja, nou, precies eigenlijk wat je zegt. Omdat het niet lineair is. Kijk, als, eh, als ik tegen jou zeg: Je verdient, eh, 5 euro in het uur. Ik weet het niet hoor, misschien zit ik er helemaal naast. Maar ik zeg tegen jou: als je het goed doet, dan krijg je, iedere maand, krijg jij een verhoging van, eh, nou, ik noem maar even wat hoor, 3%. Dan betekent dat dus dat jij, nou, deze maand verdient je dan 5 euro. De maand daarna verdien je dan 5 euro keer?

Leerling 17m: 1,03.

Leraar: Ja, perfect. Keer 1,03.

Leerling 17m: Keer 1,03.

Leraar: Ja, precies. Nou, en enzovoort, hè? En als ik dan de grafiek van jouw loon zou maken, dan betekent dat dus dat je op een gegeven moment, je begon op 5 euro.

Leerling 17m: Ja, dat het dus steeds, exponentieel neemt dat toe.

Leraar: Ja, in het begin gaat dat niet zo snel, maar dat zal telkens wat meer zijn, hè?

Leerling 17m: Ja.

Leraar: Dat is hetzelfde als met, eh, eh, ik zou zeggen geld op de bank zetten, maar tegenwoordig is de rente wel heel laag.

Leerling 17m: Ja, tegenwoordig hoef je dat niet te doen.

Leraar: Nee, precies. Maar, eh, kijk, als je lineair, eh, hebt, dan, dan deel je gewoon, hè? Dan zeg je gewoon, nou ja, als er in 10 stapjes, ik noem maar eventjes wat hoor, 5 bij komt, ja, dan is dat per stapje een half, hè? Dan deel je 5 door 10.

Leerling 17m: Ja, dan zou dat dus elke keer die 3% zijn, omdat dat die steeds hetzelfde doorgetrokken wordt.

Leraar: Ja, precies. En hier werkt dat niet, dan moet ik dat dus altijd via die macht doen. Dat, dat, nou, hè, dat is de regel, zeg maar.

Leerling 17m: Oké, dat geeft je zeg maar een andere uitkomst?

Leraar: Ja. Ja, zeker, zeker. Ja, klopt.

Leerling 17m: Prima.

Leraar: Ja?

Leerling 17m: Eh, dan is dat duidelijk. En dan, eh, hoofdstuk 5. Dat is dus het andere boek, eh, opgave 43e.

Leraar: Oké, eh, nou heb ik dat boek niet mee. Ik zal hem even opzoeken hoor, dat komt wel goed. Hoofdstuk 5, dat is boek 2, hè?

Leerling 17m: Want... Ja. Want hoeveel, krijgen we op de toets ook veel over oplossen?

Leraar: Nou, niet heel veel, maar er kan wel wat in zitten. Hé, welke bladzijde is het, eh, leerling 17m?

Leerling 17m: Eh, bladzijde 32. Ik kan ook wel even de camera aanzetten, dat u het kan aflezen van mijn boek.

Leraar: Ja, nou, ik zie hem zo wel hoor, denk ik. 32.

Leerling 17m: 43, e.

Leraar: Oh, 43, e. Ja, oh, ja. Daar heb ik hem al.

Leerling 17m: Mooi.

Leraar: Even nog geduld hoor, ik ben er bijna.

Leerling 17m: Ja, ik heb de tijd.

Leraar: Deze, hè, bedoel je?

Leerling 17m: Ja. Ik moet u wel zeggen, u heeft het wel, van alle leraren, het beste voor elkaar. Het is hartstikke duidelijk met dat, eh, OneNote.

Leraar: Nou, dat is leuk om te horen. Dank je wel. Nou, mooi. Hé, maar je vraagt dus die e, hè?

Leerling 17m: Ja.

Leraar: Ja, nou, heel eerlijk, bij wiskunde A hoef je niet heel veel algebraïsch te doen. Maar goed, het zit in dit hoofdstuk er wel in. En misschien weet je nog wel uit klas 3, daar had je nog wel eens een kwadratische vergelijking, met een a-b-c-formule, en zo.

Leerling 17m: Ja, vorig jaar heb ik, ik ben blijven zitten en ik heb vorig jaar in 4 havo heb ik wiskunde B gehad. Dus ik ben er wel een beetje bekend mee.

Leraar: Ja. Oh, ja, nou inderdaad.

Leerling 17m: Bij deze liep ik tegen het tweede gedeelte aan. Ik snap niet meer, kijk, normaal gesproken, als die min achter die $15a$ niet zou staan, dan zou die niet heel moeilijk zijn. Maar wat moet je doen nu die min ervoor staat?

Los algebraïsch op, rond af op één decimaal.

$$5(a - 7) = 15a - (4a - 20)$$

Leraar: Ja, dat, dat, dat maakt hem moeilijk, hè? Die min.

Leerling 17m: Ja.

Leraar: Nou, ik schrijf hem eventjes over. $= 15a$. Hé, wat staat er eigenlijk voor getalletjes voor die haakjes?

Leerling 17m: Eh, een 1?

Leraar: Ja, eigenlijk wel. Eigenlijk staat er gewoon -1 keer $(4a - 20)$. Zo. Nou. [Leraar schrijft de vergelijking op en schrijft -1 voor de laatste haakjes, in plaats van alleen een $-$.]

Leerling 17m: Dus eigenlijk hou je, als je, zeg maar, de haakjes wil gaan wegwerken, dan ga je met die -1 werken, in plaats van met die $15a$?

Leraar: Precies. Precies.

Leerling 17m: Oh, zo.

Leraar: Ja, want kijk aan die linkerkant had je geen probleem en die $15a$ doe je eigenlijk niets mee.

Leerling 17m: Nee, ja, dan die, oh, oké, zo, op die manier.

Leraar: Je doet eerst $-4a$ en dan wordt het?

Leerling 17m: -1 keer -20 , dat is -20 . Of nee, sorry, 20 . $+20$.

Leraar: $+20$. En waar wordt, denk je, het meest een fout gemaakt?

Leerling 17m: Ja, daar. Die. Dat dat -1 keer -20 , dat dat geen plus wordt.

Leraar: Ja, kijk, je zou het ook nog iets anders kunnen beredeneren. Dat je zegt, nou ja, ik wil $4a - 20$, dat hele stuk, wil ik eraf halen, hè?

Leerling 17m: Ja.

Leraar: Dan kan ik ook zeggen, dan klappen eigenlijk alle tekens om, hè? $+4a$ haal ik eraf, dat wordt $-4a$. Maar als ik -20 eraf haal, wordt dat natuurlijk $+20$. Dat, dat zie je ook wel gebeuren als ik er -1 voor zet. Dus wat ik soms ook wel doe, bij het overschrijven zet ik er gewoon -1 voor. En dan ga ik...

Leerling 17m: Ja, [iets onverstaanbaars,] dat was ik even vergeten inderdaad, dat als er iets niet staat, dat het dan altijd een eentje is.

Leraar: Ja, want meestal als er zo eentje wordt gevraagd, staat er natuurlijk altijd een minnetje. Dat voel je wel aankomen, hè?

Leerling 17m: Ja. Oké, nee, duidelijk. En eh, zou u dan ook van de opgave daarvoor, dus dat is 42 , c kunnen uitleggen?

Los algebraïsch op. Rond af op één decimaal.

$$-0,38a + 2,88 = 7,31 - 0,06(a-8)$$

Leraar: Ja, hoor, zeker. [Leraar plakt de vraag in OneNote.] Deze.

Leerling 17m: Ja, c.

Leraar: Hij lijkt op zich, eh, iets lastiger, vanwege het feit dat het wat kommagetallen allemaal zijn, hè? Voor de rest gaat het in principe hetzelfde.

Leerling 17m: Is het ook, gewoon bij deze zo, dat je met die $7,31$ niets doet en dat je met die $-0,06$ gaat werken?

Leraar: Ja, precies. Kijk, waar er zonet -1 voor stond, moet je dus nu... Nou, wat denk je? Zeg het maar eens. Kijk, die $7,31$, oké, die laten we. En dan?

Leerling 17m: Eh, dan, $-0,06$ keer a .

Leraar: Ja.

Leerling 17m: Dus dat is $0,06a$.

Leraar: Precies.

Leerling 17m: En dan $-0,06$ keer 8, dat komt positief, eh, nog wat, uit. [Leerling zegt 8, maar bedoelt -8 .]

Leraar: Ja, precies. Eh, 0 komma?

Leerling 17m: Ja, zegt u het maar, even kijken. [Leerling toetst het in op zijn rekenmachine.] $-0,06 * -8$ is eh, 0,48.

Leraar: Nou. Precies. Maar inderdaad, hè, wat dat betreft hetzelfde. Kijk, die 0 komma, daar staat een keer tussen. En keer gaat natuurlijk voor $-$ of $+$. Dus eerst het keersommetje uitrekenen en dan, daarna pas van die 7,31 afhalen. Dat, dat is het eigenlijk.

Leerling 17m: Dus dan kom je, uiteindelijk, kom je op 6 komma nog wat, eh, uit?

Leraar: [Pauze] Ja, je bedoelt 7,31 $-$, of eh?

Leerling 17m: Ja, min 0,48.

Leraar: Nou, plus dan, hè, nu.

Leerling 17m: Eh, ja, sorry.

Leraar: Ja, nee, plus. Dus 7 komma, nou wat is het dan? 7,9.

Leerling 17m: Ja, oke, duidelijk.

Leraar: Ja.

Leerling 17m: Oké, en, eh, dan, eh, laatste vraagje. Ik heb hier in het boek, heb ik, op de volgende bladzijde staat een theoriestukje van C. Dat gaat over die, eh, vergelijkingen opstellen, dat gaat dan over die munten in een parkeerautomaat. Ziet u die ook?

Leraar: ja, ja, ik zie hem.

Leerling 17m: Ja, eh, dat uitrekenen dat gaat allemaal prima, dat snap ik, alleen, eh, wat ik niet snap, wat voor mij nog een beetje onlogisch is: Hoe kan het dat je op deze manier, eh, eruit kan komen, terwijl er heel veel mogelijkheden zijn? Er zijn heel veel combinaties mogelijk.

Leraar: Ik zal hem even in OneNote zetten, hoor, dan gaat dat even wat makkelijker. Deze bedoel je, hè?

Leerling 17m: Ja.

Leraar: Nou, er zitten 70 munten. Dat zijn dan alleen munten van 1 en 2 euro. Dat is dan bekend.

Leerling 17m: Ja

Leraar: Oké. De totale waarde, dat weet je ook, dat is 110 euro.

Leerling 17m: Ja, ja, klopt.

Leraar: En ik weet trouwens ook nog dat het er 70 zijn.

Leerling 17m: Ja.

Leraar: Ik weet nog niet hoe dat verdeeld is, maar het zijn er samen 70, hè?

Leerling 17m: Nee.

Leraar: Nou, en dan zeggen zij, nou, eh, het aantal 1 euromunten, nou, dat noemen we dan even x .

Leerling 17m: Ja.

Leraar: En het aantal 2 euromunten dat is dan... hè, vind je dat logisch? $70 - x$?

Leerling 17m: Ja, dat is nog logisch.

Leraar: Ja, hè? Oké. En dan zeggen ze ook, nu heb ik eigenlijk gebruikt dat het, dat er 70 munten zijn.

Leerling 17m: Ja, [iets onverstaanbaars.]

Leraar: Ja. En nu ga ik naar het bedrag kijken. Want ik weet natuurlijk dat, ik heb x 1 euro munten. Nou, wat is de waarde van een 1-euromunt? Nou dat is één euro, hè? Dus als ik 10 1-euromunten heb, heb ik 10 euro. En als ik 20 1 – euromunten heb, heb ik 20 euro.

Leerling 17m: Ja.

Leraar: Dus het aantal x , doe je dan keer 1, dat is de waarde.

Leerling 17m: Ja.

Leraar: En dan heb ik ook nog die 2-euromunten, dat zijn deze. [Leraar wijst op $70 - x$.] Maar als ik één 2-euromunt heb, is die natuurlijk gelijk 2 euro waard.

Leerling 17m: Ja.

Leraar: Dus dan moet ik wel even een twee. En zo krijg ik dus een vergelijking, wat dit moet samen, dit stuk, dat moet samen natuurlijk die 110 opleveren.

Leerling 17m: Dat moet 110 zijn.

Leraar: En dat schrijven ze daar op. Kijk, en nu heb ik een vergelijking met alleen maar een x als onbekende. Nou, dan moet die op te lossen zijn, door haakjes weg te werken. En jij zegt, er zijn meer mogelijkheden, maar dat is niet waar. Er is nu één combinatie mogelijk. Als ik 30 keer 1 euro heb...

Leerling 17m: Ja, oké, maar dat is toch geen gegeven van tevoren. Daar kom je na de berekening, kom je daar op uit. Je zou ook kunnen zeggen van, omdat je die automaat nog niet hebt opengemaakt. Er kunnen net zo goed, eh, nou, even kijken, 28 munten van, eh, 1 euro inzitten en dan heb je er nog 31 van 2 euro. [Leerling begint over 31, maar ik weet niet waar dat vandaan komt.]

Leraar: Ja. Dan zeg jij....

Leerling 17m: Kom ik dan goed uit? Zeg ik dat zo vlot?

Leraar: Nou, dat weet ik niet, ik reken hem even na. 61 keer 2, dan kom ik op 62. [Leraar zegt 61, maar bedoelt 31 en schrijft het ook goed op.] +28, nou, dat komt niet helemaal goed, hè? Ik moet op 110 uitkomen, hè?

Leerling 17m: Ja, maar u snapt het, eh, snapt u wat ik bedoel?

Leraar: Ja, ja. Dus jij wou zeggen, ik zoek gewoon even een combinatie waarbij het klopt? Even kijken.

Leerling 17m: Ja.

Leraar: Zou dat dan werken met, eh, wat kwam ik tekort? 48? Klopt dat dan?

[Leraar noteert
48 keer 1 = 48
31 keer 2 = 62

+
110
]

Leerling 17m: Ja.

Leraar: Volgens mij wel, hè? Dan heb ik daar natuurlijk 48 staan, zo. + 62.

Leerling 17m: Of kom je dan natuurlijk niet meer op die 70 munten uit?

Leraar: Juist.

Leerling 17m: Oh, aha.

Leraar: Nee, maar dat is het.

Leerling 17m: Oh, zo.

Leraar: Tuurlijk, je kunt er altijd wel voor zorgen dat je samen op 110 komt.

Leerling 17m: Ja, tuurlijk. Als je er eentje van 2 euro afhaalt, moet er 2 munten van 1 euro terug doen. Dan zit je niet meer op 70.

Leraar: Precies. Dus, en dat is het hem juist. Als je van die 70 uitgaat, en dat doen we door al x en $70 - x$ te doen, dan kun je die precieze combinatie uitrekenen.

Leerling 17m: Oh, zo. Dus als je weet van hoeveel munten of hoeveel kaartjes er zijn verkocht, weet ik veel wat, dan is er eigenlijk maar één mogelijkheid.

Leraar: Precies, ja.

Leerling 17m: Aha, duidelijk.

Leraar: Nou.

Leerling 17m: Oké, nou, dank u wel.

Leraar: Hey, eh, goed bezig.

Leerling 17m: En voor, eh, even kijken, we moesten ook vraag 65 doen...

Leraar: Ja.

Leerling 17m: Als ik het goed zeg. Dat ging over die kaartjes die waren verkocht op die barbecue.

Leraar: Ja.

Leerling 17m: Eh, die had ik ook op deze manier berekend, zeg maar met deze theorie.

Leraar: Ja.

Leerling 17m: En toen kwam ik op het goede antwoord uit, alleen toen zag ik later in de uitwerkingen, toen ik ging nakijken, dat hun het met 'intersect' hadden gedaan. [Intersect is een knopje op de rekenmachine.]

Leraar: Ja. Eh, moet je me even helpen.

Leerling 17m: Maakt dat uit voor de toets?

Leraar: Moet je me even helpen, was dat van de eerste steunles of de tweede?

Leerling 17m: Oh, dat weet ik eigenlijk niet meer. Ik denk, eh, de tweede. Laatste vraag van, eh, hoofdstuk 3.

Leraar: Ja.

Leerling 17m: Hoofdstuk 5, wat is het? Hoofdstuk 5.

Leraar: Ja, ik kan me nog herinneren dat we hem deden. Ja, deze.

Leerling 17m: Ja, daar is 'ie.

Leraar: Ja, dit was hem.

Leerling 17m: Ja.

Leraar: Ja, nou, eigenlijk, eigenlijk heb je niet echt iets anders gedaan, waarschijnlijk. Alleen hier hebben we gezegd, er zijn x kinderen en y volwassenen. Weet je nog? Maar wat heb jij dan gezegd? Jij hebt misschien ook wel gezegd, x kinderen? Heb ik dat goed?

Leerling 17m: Ja, ik heb hem gewoon eigenlijk precies met dezelfde theorie, dezelfde stapjes als die munten gedaan.

Leraar: Ja, want als er x kinderen zijn, hoeveel volwassenen heb jij dan genomen?

Leerling 17m: Eh, $250 - x$.

Leraar: Ja, maar dat is hartstikke goed, man. Want, dat is precies hetzelfde, hoor. En waarom? Moet je eens kijken, hier. Hier deden ze het net even anders. Ze zeiden, het aantal kinderen is x , het aantal volwassenen is y .

Leerling 17m: Samen is het 250.

Leraar: Juist. En als ik dan die y hier vrijmaak, dat hebben ze hier gedaan. Zie je dat?

Leerling 17m: Ja

Leraar: Dan $Y_2 = 250 - x$. Dat is precies wat jij ook had.

Leerling 17m: Ja.

Leraar: En daarna, nou ja, daarna deden ze hem hier met de GR, maar je kunt het natuurlijk ook best zonder de rekenmachine doen. Dus het was niet heel erg anders. Maar jouw vraag was natuurlijk: is het goed? Het is zeker goed wat je hebt gedaan. Ja. Hartstikke goed, zelfs.

Leerling 17m: Oké, dank u wel.

Leraar: Nou.

Leerling 17m: Oké, eh, dan gaat het goed komen. Ik heb er een goed gevoel over.

[Afsluiting les]

Appendix 14: Transcript of lesson 12417 in English

[Start lesson with absents]

Teacher: Okay, guys. Hey, welcome everyone. Nice that you are here. Let's start, I'll share the screen first. And if all goes well, student 1m, do you now see "Hello everyone"?

Student 1m: Yes.

Teacher: Well, great. Well, guys, let's get started. Hey, I just made a program, just, uh, because we, well, check all the sums, that will be difficult of course. So, um, we're going to do a few sums for a moment, of which I think: well, they are important, also for tomorrow, um, well, let's start checking that out. Of course, we also have to look at those extra exercises from last week. Well, maybe there is still time for another assignment, but let's see how fast that goes. Hey, can you pack for yourself, page 26, problem 29a. I have, I must say, the picture of the question here [on the screen] too. So, in that respect, you can also take a look. Well, here's the thing. Exponential growth, eh, important in this chapter of course. And there it says: "The policy of the government is aimed at reducing the amount of energy generated by private individuals with solar cells, eh, with solar cells, right? To multiply that by a factor of 2.5 every three years. Calculate the growth percentage per year. Student 2m, could you tell us how you tackled that?"

Student 2m: Well, I didn't understand the whole step, so I didn't take it.

Teacher: You didn't get this?

Student 2m: No.

Teacher: Okay. Hey, what number apparently gets it multiplied by? According to the text?

Student 2m: 2.5?

Teacher: Yes, with 2.5. Okay. Hey, so that's actually the growth factor, so to speak, isn't it? This is because it is multiplied. For a moment the question is: Which growth factor, to which period does it apply? How much time does it take times 2.5, so to speak? Student 2m?

Student 2m: Eh, 3 years old.

Teacher: Exactly, that's for 3 years. But they ask the question of what is the growth rate, yes, per year, huh? Well, if you want to calculate a growth percentage, it always has to be done via the growth factors. Well, I have a growth factor here for 3 years. But do you remember, student 2m, still, I will stay with you for a while, do you remember how you can convert such a growth factor of 3 years to a growth factor of 1 year? We did talk about that.

Student 2m: Eh, 1/3rd behind?

Teacher: Yes, exactly. Well, 2.5 and "behind it", what exactly do you mean by that? I really mean: Do you mean times $1/3$ or to the power of $1/3$?

Student 2m: Um, to the power of $1/3$.

Teacher: Yes, great. Well, what comes out when you type that in, student 2m? Just type it in for a moment. What kind of decimal number do you get? [pause] Do you have that, student 2m?

Student 2m: 1.35

Teacher: 1.3572... you probably see that too. Well, huh? Dot dot dot. Don't round off, you do that in the end. I always say that if you don't round it in between, you can't make a mistake. But now they say, student 2m, by what percentage has this gone up? When the 1-year growth factor is 1.35. Do you know how to do that? How do you convert this into percentages?

Student 2m: Eh, $\frac{\text{new} - \text{old}}{\text{old}}$, times 100?

Teacher: Well, you don't need that new minus old formula, you are not comparing two things here. But times 100 is correct. I can say the number 1.35720, well something. I can do that 100 times. What comes out then, student 2m? You might be able to do that by heart, can't you?

Student 2m: If, if you do 100 times?

Teacher: Well, that 1,35720 and so on. If you do that at times 100, what will it say?

Student 2m: 135.7.

Teacher: Perfect. 135.72 some more. So, huh? The question is: what is the growth rate per year? So, what is added every year?

Student 2m: 35%

Teacher: Exactly. That's about 35 per year. Do you remember the rule, student 2m? How many decimals do we round percentages to, if nothing else is stated? Do you remember that?

Student 2m: Uh, on one? One decimal?

Teacher: Yes, that's right. One decimal, all right. Okay, well, then we've solved it. Take a good look, Student 2m. It's important to convert growth factors from one time unit to another, huh? From a week to a day or from a year to a month or now from 3 years to 1 year. Or vice versa, from 1 year to 3 years. You have to be able to calculate with that. Otherwise, you have to take a good look at that again, Student 2m. Are you going to do that?

Student 2m: Yeah.

Teacher: Okay, problem 52. Let's take a look at that, guys. It is on page, now you can see it standing in front of you, but it is also on page 26. You could also have a look at it. There it says the following. "Every year a number of large cruise ships call at Amsterdam", er, or "a large number of cruise ships call at Amsterdam", it says. And the cruise ships are getting bigger. "This is evident from the average number of passengers N per cruise. That number has increased exponentially in this century." Hey, I would always think about a question like this, okay, they are talking about the letter N . You can underline that for example. They also say it has increased exponentially. And then I know where I stand. Because you know that tomorrow that exam is about exponential growth, but also about linear growth. That is, say, a bit mixed up, but it is always there. So, this is about exponential growth. Well in 2003 the number of passengers was 1118. And in 2008 the number of passengers was 1822. And then we have to draw up the formula of N . They also say that $t = 0$ in 2000. Okay, let's make

do with that. Eh, just a minute, which is not necessary, but what I do now. Of course, I can also think of a graph here. [draws graph] Time along the axis, here N . And now just a first question, to student 3m. In 2008, what is it then? So, 2008, eh, they tell you something about that. Then the number is 1822. What is t there, student 3m?

Student 3m: Eh, that's 8 years after 2000, so then t is 8.

Teacher: Yeah, that's 8, isn't it? Okay. And then it is, how much is it? Well, 1118, eh, it says. Hey, am I doing this right? Wait a second. I'm making a mistake now, I see. Just go back, just go back. I asked you, student 3m, 2008. But I'm just skipping a year. 2003, of course I have to start with. It comes sooner. What is t in 2003, student 3m?

Student 3m: 3.

Teacher: Yeah, that's 3, huh? And in 2003 the number was, that was correct, I got that right, that was 1118. Well, I will stay with you, student 3m. So, 2008, then of course t equals?

Student 3m: 1822. [Student does not answer the question.]

Teacher: Yes, exactly. Then t equals 8, huh. And the number is 1822. Student 3m, thank you. Student 4m. This has gone up, huh? You can see that clearly. It has increased from 1118 to 1822. Can you also indicate what that graph looks like of this increase? Can you describe that too?

Student 4m: It doesn't go straight?

Teacher: No, he is indeed not going straight. Well, I draw, that's always a bit tricky, but it keeps going up faster, isn't it? So, this is exponential growth. Not in a straight line, but increasing ascent. Okay, of course it's mainly about my two points, which I have. Student 5m, what is the general formula of exponential growth? I have to make a formula of N , but then?

Student 5m: Eh, $N = b * g^t$.

Teacher: Perfect. You just have to get to know and learn that well. Exponential growth, then the general growth is: $N = b * g^t$. You know, student 5m, which one I should try to find first? The b or the g always? If I have to create a formula?

Student 5m: Um, yes, I did the g , because you need to know that to calculate b .

Teacher: Perfect. You have to start with the g . That is indeed correct. Well, can you tell us how you did that?

Student 5m: Um, well, for those 5 years you have to divide 1822 by that 1118.

Teacher: Yes, and you said, huh, for 5 years. That is the growth factor for 5 years. We usually write it down this way [g_5 year]. Yes, perfect. Have you calculated this yet, what comes out here?

Student 5m: Um, yes there came 1,629... and then you have to do that to the power of $\frac{1}{5}$.

Teacher: Yes, exactly, beautiful. Yes, because I actually just want the growth factor for 1 year. And then I do the same 1,629... or some people also write this down $[(\frac{1822}{1118})^{\frac{1}{5}}]$, that is of course also allowed. That's just what you prefer, you know. You still do that to the $\frac{1}{5}$ power, huh, you said?

Student 5m: Yes

Teacher: And what came out of that?

Student 5m: 1.1026 and then with dots.

Teacher: Yes, beautiful. Well, that's okay. Well, then I ask student 6f. Would you like to... thank you. Student 6f, would you like to look further or, um, tell you how? I have now found that, eh, that g, say, and then?

Student 6f: Then you have to calculate b .

Teacher: Yes, and how do you do that?

Student 6f: Eh, then must fill in t and N in the formula.

Teacher: Yes, correct. And that g I know now, huh? So, I'll write it down like this $[N = b * 1,1026^t]$. And then you say, you have to enter a t and an N . Which t and N shall we enter?

Student 6f: $t = 3, N = 1118$.

Teacher: Yes, fine. Do you think I can fill in that other point as well?

Student 6f: Yes.

Teacher: Yes, perfect. Thank you student 6f. Student 7f, you can now tell them how to proceed.

Student 7f: Um, fill in points.

Teacher: Yeah and, um, what do you get?

Student 7f: Then you get, let's see, er, $b * 1,1026^t$.

Teacher: Perfect. Is equal to?

Student 7f: 1118.

Teacher: Well, beautiful. And how can you calculate b ?

Student 7f: By doing, um, 1118 divided by $(1,1026 \dots^3)$.

Teacher: And maybe you still had it, didn't you? What came out?

Student 7f: Um, I didn't calculate it.

Teacher: Okay, well, you know what? I'll tell you that. That comes out of 834 when you type it in. In other words, $N = 834 * \dots$ Student 7f, how will we round that first number, 1.1026 ..., how will we round it?

Student 7f: Eh, just to two decimal places?

Teacher: Yeah, well, generally we say, if nothing says, write down 3. If you choose 2, you can't quite say it's wrong. Because, yes, then they should have stated that it must necessarily be three. But, if it doesn't say anything, we actually just do 3. So, it would be 1.10 ...?

Student 7f: 7, eh 3.

Teacher: Yeah, 3, huh. Yes, exactly. And then to the power of course. And then I have it complete. Hey, student 7f, thank you. Beautiful. Decently. Uh, maybe just a comment? Well, anyway, this is gonna be it, huh? This is the formula. We now have it completely complete. Only this: you always have to calculate with the unrounded number. Well, you said all right too, with those dots. It is also still in your calculator and you have to calculate that way. So, don't round of in between, you shouldn't do that. Always calculate with the unrounded number. With, uh, "ans", huh, "answer", on your calculator, you could say. Well, beautiful! Let's move on to the next one. I'll just go up [scroll]. After this, we would take a look at 62a. Of course, I could have just seen that here. Well, 62, let's see. It's also on page 40, yes. Well, let's take a look at that. We have to reason here what the saturation level is. And perhaps one of the most important steps is, so how do I start? The saturation level is, yes, the level, the number, the amount that this graph gets closer and never exceeds at any given moment. At some point, whatever I enter, it just becomes the same number. As long as I fill in a number that is big enough. Well, student 8m. How can I reason this out? Because it says "reason", one more comment, and that means that I am not allowed to enter numbers. I really need to explain. Well, student 8m, do you have an idea how to do this?

Student 8m: Um, no.

Teacher: No? You should always start with "Set". Maybe that will help you? "Set" and then? Do you have an idea? What comes up?

Student 8m: Uh, if t gets high, 0.85 decreases.

Teacher: yes, so let's say it's very big. You said that, didn't you? I didn't hear you very well, but I think you said that. Is it not? Suppose t is very large. And you started to go a little further, then you said: 0.85^t will be?

Student 8m: Smaller.

Teacher: Yes, but it's not so much about whether it gets smaller now. You're right, though. It will be less, but you should actually tell where this is going. If I enter a super large number. Suppose, in my mind, I enter a billion, or much larger. 0.85 times 0.85 and I just keep going. What is ultimately left? About?

Student 8m: 0.

Teacher: Yes, perfect. So, then you write it down, this will be about 0. Then the next step, what should I write down now, student 8m? I have to gradually make that formula bigger you could say.

Student 8m: Eh, $13 * 0.85^t$?

Teacher: Right. I now also add those 13. Hey, so I'm starting very small, with 0.85^t . Then I take those 13. Well, where does $13 * 0.85^t$ go to, do you think?

Student 8m: 0

Teacher: Yes, perfect, again. It also goes to 0 of course. Okay, I'll pick up another piece. And I literally write that down. Then I get $20 + 13 * 0.85^t$. Well, Student 8m, I'll stay with you for a while. What will that be about?

Student 8m: 0?

Teacher: Ooh, pay attention. You just said this got to about zero. Do you remember? We had that here. Do you see that?

Student 8m: Yes.

Teacher: If I then do $20 -$, or um, $+$ about 0. What's that like?

Student 8m: 20.

Teacher: Yeah, that's about 20, huh? You have to be careful there. Um, I just need to get a good colour. Yes. There comes out 20. And then one more step, and then I am almost there, Student 8m. What should I write down now?

Student 8m: [something inaudible]

Teacher: Sorry, again?

Student 8m: [inaudible]

Teacher: You were very hard to understand, so I am already writing this down now. $[\frac{500}{20 + 13 * 0.85^t}]$
You just said that the bottom, say, huh, $20 + 13 * 0.85^t$, that that was about 20. So, what about this $[\frac{500}{20 + 13 * 0.85^t}]$? Can you still say that? What do you think comes out of that?

Student 8m: 500 divided by 20.

Teacher: Yes, yes. Indeed 500 divided by 20. So basically, you could say, well, this comes down to about 500 divided by 20. And what comes out of that?

Student 8m: 25.

Teacher: Thank you. 25. Okay, hey, we had to figure out what the saturation level was. Hey, student 8m, now you did it all right. Do you think you have all the points on the test?

Student 8m: No, I don't think so.

Teacher: No, what needs to be added?

Student 8m: Um, I don't know.

Teacher: Always end with some sort of conclusion. That you just think: do I answer the question now? What was the question in the end? The question was: what is the saturation level? So, what do I have to write down neatly? So? [pause]

Student 8m: The saturation level is 25.

Teacher: So, the saturation level is 20. [Teacher says it wrongly]. There is no need for unity behind it, because it is a bare... sum.

Student 8m: Sir, is it 20 or 25?

Teacher: It's 25, yes. It's 25! The saturation level is 25. I think you said it right too, student 8m, but I'm not quite sure anymore. Well, thank you, um, student 8m.

Student 9f: Sir, do you have to say: "Suppose t is very big?" Or can you also say: "Suppose t is very small"?

Teacher: No, you have to say "suppose it's very big". You want to know that if you, good question from you, you actually want to know, look, this is the graph. [Teacher outlines the graph.] If only I keep going further to the right in that graph. Then I want to know whether that graph at a certain point in the direction of a certain line, a certain number. And so, I have to say: "If I take t very big, can I also reason where the dotted line actually lies?"

Student 9f: So, if there is a 0 comma that many numbers, then the first steps are actually identical?

Teacher: Yes, you are right. If this growth factor, 0.85, is below 1, between 0 and 1, yes, you are right, then that part will of course always be about 0. Yes, that is quite right, you are absolutely right. Hey, uh, then the next question, 63. It looks a lot like it, but it says, "Use the formulas to determine whether the graphs of the following formulas are ascending or descending." So, they don't ask what the saturation level is now. It has a bit to do with each other, of course. But now they ask, is the graph going up or down? How do I start my reasoning? Because I have to write another reasoning, um. Um, then I ask student 10m. Student 10m, do you know how to start?

Student 10m: Um, then you start with "as t increases."

Teacher: Yes, perfect. So, if you need to have the saturation level, you start with "let's say it's very big" and now you start with "let's say t increases". I usually do it like this [↑]. Suppose t increases, arrow up, then it increases. But, very beautiful. You should learn that, boys, that you are not doing that wrong. Well, like this. Can you, student 10m, also continue? You can just see that formula on the right. Well, what if t gets bigger?

Student 10m: Then it decreases 0.35^t .

Teacher: Then it decreases. Very good, it is heading towards 0, huh? We have just actually seen that in the previous sum, yes. It decreases. Hey, and what's the next step to write down then?

Student 10m: Eh, then $1 - 0.35^t$, eh, increases.

Teacher: Right. 1 minus something that decreases, increases. And then?

Student 10m: Um, that $650 * (1 - 0.35^t)$ also increases.

Teacher: Yes, it will of course also increase. Well, great. Very good, man. Let's see. Always have a look. Reason by whether they are rising or falling, so I always start... or I always end with a conclusion. Well, what should I write down now? So...?

Student 10m: So, the graph is increasing?

Teacher: Great. Yes, is increasing. Well, beautiful.

Student 11f: Sir?

Teacher: Yes. Thanks, student 10m. Yes, what is your question? Say it.

Student 10m: If you use arrows on the test, does it count correctly?

Teacher: Sure, yes you can.

Student 10m: Okay.

Teacher: Okay, you say it goes up, then it goes down. That doesn't make much difference, but I think: "that just goes a bit faster." Okay, next question. 70. And it is on page, if you want to look it up, page 46. And we had agreed, I think, that we would take a look at 1 [a]. Yes. Eh, [pause] like this. I had to take something away. There was something else, I saw. Hey, we're going to draw up the formula of graph 1, but how do you go about that? And I just asked student 11m, I now ask student 12m. Student 12m, do you have an idea how to approach this?

Student 12m: Uh, then you need two points on the graph anyway. Or on the line. Take two clear points that you can easily find, say ...

Teacher: Yes, perfect. You say it exactly right. Have you found two that you can read properly?

Student 12m: Yes, you have then, um, on the x -axis at 1.

Teacher: Yes. I'm making him fat now. I think this one, you mean?

Student 12m: Yes.

Teacher: Yes, and the other one?

Student 12m: That's at 7.

Teacher: Yes, I think those are the only two that are nicely located on a grid point. So, say, um, at 1 and at 7. You took those two, didn't you?

Student 13f: Sir?

Teacher: Yes.

Student 13f: Eh, 8 too? Or not? Point 8.

Teacher: 8, yes, also seems like a schedule point. It is getting a bit delicate, but I think it is one too.

Student 13f: Yes

Teacher: Yes, I have to be honest, you always have to look a bit for what you can read the easiest, the best. And 7, which is a bit easier to read, it seems. Anyway, if you take another point, it is not immediately wrong or anything. Certainly not. Hey, and 12m student, what kind of formula will this be?

Student 12m: $y = ax + b$.

Teacher: Oh, and why do you think it is $y = ax + b$?

Student 12m: Or, um, $N = \dots$

Teacher: Yes ...

Student 12m: $N = at + b$.

Teacher: You think it's linear, don't you? Basically, a type of $y = ax + b$. And why do you say that? Because of?

Student 12m: Yes, it is a straight upward line.

Teacher: Yes, I get your thought and yet it is not quite right. Can anyone help? Can someone help student 12m? What is the wrong train of thought?

Student 13m: It's exponential.

Teacher: Yes, and why?

Student 14f: Through the logarithmic paper?

Student 13m: Yes, that's always the case with that paper, right? Such a straight line?

Teacher: Yes, that's it. A straight line on logarithmic paper, then there is exponential growth. That's because of the paper indeed. Because, on normal paper, the graph will look like this [points at sketch graph I]. Like this then, huh? I'm talking about that now. Then it's exponential growth. Only if you draw such a graph, which looks like this on normal paper, on logarithmic paper, does it become a straight line.

Student 15f: Um, is linear growth also entitled to logarithmic paper?

Teacher: No, it will look different, but we will not get that. So basically, um, um, in that sense, if you run into logarithmic paper, you'll probably see a straight line, you know. I can secretly tell you that. Hey, student 12m, remember?

Student 12m: Yes, that will be fine.

Teacher: Okay, hey, then I should actually start like that, huh. Then I say, "Okay, it's a straight line on logarithmic paper, so I have to exponential growth, um, I have to make a formula of that." And then I'm going to say, "What is the general form of exponential growth", student 12m? He has been mentioned a bit.

Student 12m: $N = b * g^t$.

Teacher: Yes. You take a good look at those letters, because you just wanted to do that a bit. After all, you started with $y = ax$ and then you thought: "Oh I have to work with N and t ." So of course, you should always pay attention to that. That's right. And we had two points, I have now removed them, because I made the picture smaller. But what did we have again? We had looked at, I think if I got it right, $t = 1$ and at $t = 7$ I thought? Of course, very easy to look up, why don't I do that too? Look, at 1 "he was there and at 7" he was there. Yes, then I have to take a look, of course, student 12m, where am I then? At what height? How do I read that again, on that logarithmic paper? Do you remember that?

Student 12m: Uh, that was normal, uh, or in this case I would be on... is that 30?

Teacher: Yes, perfect. Because, yes, well, that's okay. Look, this is 10 and that's 100, huh? You can see it turning blue, I think. Teacher points on the screen. And then you know that every dash adds, well, 10, huh? So that's how you get to 30. That's great. Beautiful. I'll write it down first. And then of course we have to have the other one, there [pause] at 8. Well, how high is that one, student 12m, can you also say that?

Student 12m: Um, that's... 130.

Teacher: Um, take a look.

Student 12m: Oh, uh, that's 300.

Teacher: Um, let's see if that's right. Let's see, you start at 100, huh? This dash is 100. Then this dash is?

Student 12m: Yes. [Does not answer the last question asked.]

Teacher: 200. This dash is?

Student 12m: Eh, 300

Teacher: And then this one?

Student 12m: Eh, 400.

Teacher: Yes, I uh, this one was just out of the picture, but yes, when you saw it, I think you already knew a bit. So, you really have to count dashes from 100 to, well, 200, 300, 400. So, let's see, now I have it right. I'll make some space here. So. Um, what did I say, 400, huh? Well, student 12m, um, thank you. Student 13m, do you have an idea how to proceed? I have two points and I already know which form of formula I want to make. How do I proceed?

Student 13m: Um, do you have to go $7 - 1$ at t , so you get 6?

Teacher: Yes, exactly. And what am I going, what do I try to calculate first?

Student 13m: Eh, g .

Teacher: Yes, and then for?

Student 13m: 6 days.

Teacher: Yes. In this case 6 days. For 6 steps. And how do I do that again?

Student 13m: Eh, $g_6 = 30$ divided by 400.

Teacher: Eh... [pause]

Student 13m: That's 0.075.

Teacher: Yeah, hey, that's something like zero comma, isn't it? And if I then ...

Student 13m: Yes.

Teacher: If I keep doing something with 0 comma? [pause] I'll name something, I keep doing 0.2 times, 0.2 times, 0.2 times. Will it get bigger or smaller? [pause]

Student 13m: Smaller.

Teacher: Yes. And how did that go with this graph? There it got? That's a rising one, huh?

Student 13m: Um, yes ...

Teacher: So, it doesn't seem to be quite right, surely, with 30 divided by 400? Can anyone help? Can anyone help 13m student? I think something is just not going well for a while.

Student 14m: Shouldn't you turn that around?

Teacher: Yes, exactly.

Student 14m: 400 divided by 30.

Teacher: Yes. Hey, you always have to, say, um, divide the last by the first. Hey, divide what you get by what you had. Well, 400 divided by 30. You can still calculate, uh, what comes out. Eh, 3 eh, 13, well, some more. Not even necessarily, you know. Because you can also calculate with 430. [Teacher means 400 divided by 30.] Hey, 13m student, what's next? You now know g for 6 days. And then?

Student 13m: For one day.

Teacher: Yes, exactly. And how do you do that again?

Student 13m: 400 divided by 30 to the power of $1/6$ th.

Teacher: Yes, beautiful. Did you also write down what came out?

Student 13m: [mumbling]

Teacher: Otherwise, you can type it in indeed. 1 comma?

Student 13m: 1.53989 ...

Teacher: Well, so to speak, huh? [Writes 1.53989... on the board.] Well, perfect. So, let's see, then I'm ready now. Eh, $N =$ [the teacher writes it down, but doesn't say this] b times that 1,539 and so on to the power of t . Well, student 13m, last a while? How do I get to that b again?

Student 13m: fill in t and N .

Teacher: Yes. Hey, so if t is 1, $N = 30$. I would always fill in the, um, well, let's say the smallest, the easiest. Well, would you like to say that too? What comes out of that?

Student 13m: I had $b = 30$ divided by 1.53, which is 19.

Teacher: Yes. Do you write down that division in one go, student 13m? Or do you first write down this line? Line: $b * 1,539 \dots^t = 30$. [Pause] I mean, you said this, huh, to me: $\frac{30}{1.539\dots}$

Student 13m: Yes.

Teacher: Usually we first fill it in again and then the division. Hey, what do you end up with?

Student 13m: 19, approx.

Teacher: Yeah, 19,48 something else, huh? So, let's see, $N =$. How did you round that first number? That B ? Yeah, like you put it, apparently, 19, I guess?

Student 13m: Yes.

Teacher: Yeah, you said that, didn't you? Fine. Times, and that growth factor, how will we round it?

Student 13m: Eh, 1.540?

Teacher: Yes, huh, 3 decimal places if nothing is mentioned. So, 5, then it becomes 5, 4, 0. And the first we often round off a bit coarser, on whole numbers. And so, 19 in this case, is fine. Well, student 13m, um, thank you, very nice. Um, I just scroll up. I think this was the last we would take a look at. Yes. Hey, you see, we've drawn up twice such a formula, right? We did that once here, in exercise 52. There it was a graph like this on normal paper, which you see on the screen there. And then you see now, at 70 it was the straight line on logarithmic paper. You can see that the formula calculation is quite the same, right? Guys, you can assume you're going to get that tomorrow. Draw up a formula with exponential growth. By the way, a formula of linear growth will also be included. Um, good. We have just picked out a few important sums and it is also almost ten past four. I just want to show you that problem from last week. Because we didn't quite get around to checking it anymore, I remember. So, I think I would like to show you one more time. Maybe you can look up that answer in your notebook for a while. Eh, de, a story was told, eh, very briefly. The Kühler family, who had consumed so many kilowatt-hours, [teacher points on the screen], in terms of energy, electricity and er, that cost them so much. [Indicates on the screen again.] And then there was another family who had consumed a little more and of course it had cost a little more. That makes sense. And then we had to make the formula of B for a consumption of e . I just want to emphasize, normally you always start with $y = ax + b$, but now with $B = ae + b$. Always pay attention to the letters. It is really seen as a mistake if you start working with y and x here. Well, I think you were working on this last week. The slope is then 0.18. There is an error here, so this is 0.18. [Teacher points to 0.81 as an answer in the digital answer book.] And then you had to fill in a point and then you end up with a b of 94.1. And then you end up with that formula. [Teacher points to the answer from the answer book on the screen.] So, this is a clear example of linear growth, or a linear relationship. [Teacher writes

"Linear Growth !!" on the board]. So, there is a straight line. Then I get the $y = ax + b$ or here the $B = ae + b$ form. And with exponential growth, $N = b * g^t$. That difference, you really have to be able to do both well and to keep it apart. It is always actually just there, you know. Okay, well. Well, you can check b and c for a while. I think now is, um, time, you guys. Hey, is there anyone else who has a question or wants to ask a question? Or about tomorrow? Have you seen it in Magister by the way? Um, student 14, did you see Magister where you need to be tomorrow? Student 14, are you still there? Student 15f, did you see it? [pause]

Student 15f: Yes.

Teacher: Good, very nice. Hey, are you thinking about taking your notebook with you tomorrow morning? With the answers? You have to hand in that notebook at the start of the exam and then, um, we will go through that for a while. Let's see if you have practiced everything properly, because that is necessary. Hey, guys, um, we're gonna quit. Thanks for the attention, I would say. I wish you all the best of luck tomorrow. Go for it! And, um, if I don't see you anymore, then I wish you a very nice holiday. Hey, see you, uh, see you next time. Good luck tomorrow! Hi, goodbye.

[Students say a greeting in return.]

[Student has another question about a sum about exponential relations, sum 15.
30 seconds of material missing.]

Teacher: Yes, and that was from this chapter, wasn't it? Yes. Chapter, er, sum 15. Teacher looks up sum 15. Yes. Well, let's have a look, Student 16m. Can still be nice. Yes. Oh, that was that long sum.

Student 16m: Yes, exactly.

Teacher: Yes, yes. Well, what did you have a question about?

Student 16m: Well, um, it was that... You know the number of 2014 and they want to know the number of 2011. But I also know the number of 2009. So, my question is, um, should you have a look...

Teacher: Hey, are you talking about a, b, c, d or e?

Student 16m: Eh, d.

Teacher: Okay, yes, so d. Yes, I see him. "From January 1, 2011, the linear will increase," it says, right? "Draw up the formula of the number of active participants something unintelligible for 2011 and take the time $t = 0$..." Oh, yes. I'm looking for a moment. Yes, and what exactly is question? I'll write it down, then you can see it for you. That is often better.

[bell rings]

Student 16m: Let's see, I have, at least, at a is, I have 1226 - 150 divide by 107 - 0. But I do find [something unintelligible] 1226 - 611 and you will find out by calculating question 15b.

Teacher: Yes, because $t = 0$, then it's 2009, isn't it?

Student 16m: Yes.

Teacher: Wait a minute, I'll write that down. $t = 0$ is 2009. So, when they talk about the year 2011, that is mentioned, eh, in that story before d starts, say, then t equals?

Student 16m: Eh, 2011.

Teacher: Then what is t , in that case?

Student 16m: Um, I have 23. [Teacher writes down "24".] 24?

Teacher: Yes, then I will have a look. Eh, $t = 0$, then it is January 1, 2009. That's it, isn't it? That, that, I have to make that formula. And in front of d stands: "from January 1, 2011". Yes, look, then I will be exactly 2 years later, which is 24 months.

Student 16m: I thought that you would then not count January, because that still starts.

Teacher: Yes, no, no. It's just, look, if you're from January 1st to January 1st, huh. If you go from January 1, 2020 to January 1, 2021, where we are almost, then you are, say, 12 months on. And, and then they talk about January 1, 2014. Well, then I am somewhere there, say. Teacher draws on the blackboard. So, January 1, 2014, what is it?

Student 16m: Um, I probably did that wrong too. I thought 107.

Teacher: Well, let's see, um, 2009, January 1, until January 1, 2014. How many years am I then, um, uh, further, say?

Student 16m: 5.

Teacher: 5. And how many months are that?

Student 16m: Um, let's see, 5 times 12?

Teacher: Yes.

Student 16m: That's 60.

Teacher: Yes, exactly. Well, and then you had, I don't know if this was the mistake in the end, but at $t = 24$ you calculated at c , I think ... No, at b it was asked, "Calculate the number of active participants on January 1, 2011." What did you think about b ? Do you remember that? Can you still see that?

Student 16m: At b ... Yes, I got it wrong, because I thought 23 instead of 24. But I did that $150 * 1.063$ to the power of 23.

Teacher: Yes, I get that. Yes, yes, yes. Yes, I understand. And you had to have 24. So, then you got that question wrong with b . Yes.

Student 16m: Yes.

Teacher: And they say: on January 1, 2014, they just give that, then they say, well, there are 1,226.

Student 16m: Yes.

Teacher: In itself, on a test this is of course a continuation error, you understand, don't you?

Student 16m: Yes.

Teacher: Well, look, then I have like that. Teacher draws a straight line in the drawn coordinate system on the screen. Yeah, it's linear, isn't it? That's there, eh. Let's see, yes, "increases linearly." So, then I'm dealing, like, with a straight line. And yes, then um, then I can solve it.

Student 16m: Yes, so I didn't know which of the formulas to use. Because I can use the one from 2009, because I know exactly. Because that consists of 150 million. And I can also use those from 2011.

Teacher: Yes, that's what you mean. Yes, I understand. Well, look, you have to look at the question here at d. It says there: "From January 1 ... FROM January 1, 2011." So, from this moment on. [Teacher draws an arrow at 2011 on the screen.] From that moment on it goes linear. I don't really know for that, do I? They say so. Well, so I'll just assume, okay, at that point I knew there were 4 and um, 650. I had, um, calculated that earlier. Well, and then it says, that's a data, in 2014, at $t = 60$ so, there are 1226. So, it, both data is this. These two points that are given. And they ask us, now draw up a formula for this line...

Student 16m: Yes.

Teacher: What you have to assume, that formula must assume that t is 0 in 2009. And I have actually already taken that into account, haven't I? Because I've already taken into account that, um, 2011, that's 24. So, I have, say, 2 points, you could say. The point (24, 650) and that other point is the point (60, 1226). And with that I have to calculate that slope. Normally this is always Δy divided by Δx . Then what is it here, anyway?

Student 16m: Uh, that's N . No. Yes.

Teacher: Yes.

Student 16m: And then t .

Teacher: And down t . Yes. Hey, then I can divide the difference of the N , say, by the difference of the t . And then you will probably come out.

Student 16m: Yes, that's right, then. And I had one more question. Last question, actually.

Teacher: Yes, no, sure.

Student 16m: Was a calculation error indeed. What did you say sir?

Teacher: No, come on, come on, yes, just ask your question. Entirely right.

Student 16m: That was at 29. We had done a then, but we have to go to b now, actually. Because that requires recalculation in my opinion.

Teacher: Yes. Shall I see if I have that answer here? Probably not. No. No. Um, yeah, well, let's check it out, right? Do you still have some time?

Student 16m: Yes.

Teacher: Are you last in class? I think so, right?

Student 17m: I'm here too. I'm listening. I also have a question.

Teacher: Oh, totally fine. Well, uh, *b* you mean, I think?

Student 16m: Yes.

Teacher: It says there: "The maximum power of wind turbines in the Netherlands has increased fivefold in the period from 2005 to 2015." [Teacher writes 2005 -> 2015 quintupled.] [pause] "Calculate the growth rate per year." It looks a bit like a, doesn't it? Well, can you say how did you get started? What did you think you should do?

Student 16m: Well, I know it's gone up 5 times in 10 years, just grown.

Teacher: Yes, so the growth factor of 10 years equals... 5. Perfect, couldn't be better. And how do you calculate the growth factor for 1 year?

Student 16m: Well, you have to do the 5 to the 1/10th power.

Teacher: Well, beautiful. Did you do that or do you see it now?

Student 16m: Well, I see that now, because I have [something unintelligible.] So, I have 5 times 2.5, because I thought, you have to include the growth factor from question a.

Teacher: Oh, that's what you mean. No, this was real...

Student 16m: [something unintelligible]

Teacher: Yes, a and b were really two separate questions. Hey, just a little while longer ...

Student 16m: That's how I figure it out, thank you.

Teacher: Hey, what percentage is this then? Should we just finish him. What percentage is now added per year?

Student 16m: 117? Comma 46?

Teacher: Well, if I do it 100 times, I'll come....

Student 17m: 17.4

Teacher: Then of course I come to 117.5 rounded. But you should always remember: I started at 100%. So, what percentage has been added?

Student 16m: 17.5.

Teacher: Right. That's right. Student 17m already said it, indeed. So that's ultimately the percentage per year, right?

Student 16m: Yes.

Teacher: Yes. Well.

Student 16m: So, then he is just done?

Teacher: Then he is, then he is ready. Yes, totally.

Student 16m: Nice.

Teacher: Hey, student 17m, you had a question too?

Student 17m: Yes, if you have time?

Teacher: Yeah. Just do it.

Student 17m: Good. Uh, let's see, these are two very small questions in one exercise.

Teacher: Yes.

Student 17m: Eh, can you explain to me, look if you, with, eh, for example here, what you have on the board now, eh, that you have that 5, eh, to calculate that for 1 year, you do it by $\frac{1}{10}$ fraction. Why do you, why don't you just divide by 10?

The question is: You have the growth factor for x years, which is a . Why is the growth factor for 1 year $a^{\frac{1}{x}}$ and not $\frac{a}{x}$?

Teacher: Yes, um, yes, you ...

Student 17m: As you would with linear functions.

Teacher: Yeah, well, exactly what you're saying. Because it is not linear. Look, if, um, when I say to you: You make, um, 5 euros an hour. I don't know, maybe I'm completely wrong. But I say to you: if you do it right, you will get, every month, you will get an increase of, um, well, let me name it, 3%. Then that means that you, well, this month you earn 5 euros. The following month do you earn 5 euros times?

Student 17m: 1.03.

Teacher: Yes, perfect. Times 1.03.

Student 17m: Times 1.03.

Teacher: Yes, exactly. Well, and so on, huh? And if I then made the graph of your salary, it means that at a certain point you started at 5 euros.

Student 17m: Yes, it always does, it increases exponentially.

Teacher: Yes, it doesn't go that fast in the beginning, but it will always be a bit more, right?

Student 17m: Yes.

Teacher: It's the same as with, uh, uh, I would say putting money in the bank, but these days interest rates are very low.

Student 17m: Yes, you don't have to do that nowadays.

Teacher: No, exactly. But, uh, look, if you have linear, uh, then, you just split, huh? Then you just say, well, if in 10 steps, I'll just name something, 5 is added, yes, that's half a step per step, huh? Then you divide 5 by 10.

Student 17m: Yes, that would be the 3% every time, because it is always the same.

Teacher: Yes, exactly. And that doesn't work here, so I always have to do it through that power. That, that, well, that's the rule.

Student 17m: Okay, that gives you a different outcome?

Teacher: Yes. Yes, certainly, certainly. Yes correct.

Student 17m: Fine.

Teacher: Yes?

Student 17m: Uh, that's clear. And then, um, chapter 5. So that's the other book, um, exercise 43e.

Teacher: Okay, uh, now I haven't brought that book. I'll look it up for a moment, that will be fine. Chapter 5, that's Book 2, right?

Student 17m: Because... Yes. Because how much, do we get a lot about solving on the test?

Teacher: Well, not a lot, but it could contain something. Hey, what page is it, uh, student 17m?

Student 17m: Um, page 32. I can also turn on the camera for a moment, so that you can read it from my book.

Teacher: Yes, well, I can see it soon, I think. 32.

Student 17m: 43, e.

Teacher: Oh, 43, e. Yes, oh, yes. I already have it there.

Student 17m: Good.

Teacher: Just be patient, I'm almost there.

Student 17m: Yes, I have the time.

Teacher: You mean this one, huh?

Student 17m: Yes. I have to tell you, of all the teachers, you have the best preparation. It's perfectly clear with that, um, OneNote.

Teacher: Well, that's nice to hear. Thank you. Well, beautiful. Hey, but you ask that e, right?

Student 17m: Yes.

Teacher: Yes, well, very honestly, Math A doesn't require you to do a lot of algebraic work. Anyway, it is in this chapter. And maybe you remember from class 3, there you sometimes had a quadratic equation, with an a-b-c formula, and so on.

Student 17m: Yes, I did last year, I redid this year and I did maths B in 4 have last year. So, I'm a little bit familiar with it.

Teacher: Yes. Oh, yes, well indeed.

Student 17m: This one I ran into the second part. I don't understand anymore, look, normally, if that minus wouldn't be behind that $15a$, it wouldn't be very difficult. But what should you do now that negative is in front of it?

Solve algebraically, round to one decimal place.

$$5(a - 7) = 15a - (4a - 20)$$

Teacher: Yeah, that, that, that makes him difficult, doesn't it? That minus.

Student 17m: Yes.

Teacher: Well, I'll write it down for a moment. $= 15a$. Hey, what kind of numbers is in front of those parentheses actually?

Student 17m: Eh, a 1?

Teacher: Yes, actually. It actually just says -1 times $(4a - 20)$. So, well... [Teacher writes down the equation and writes -1 for the last parentheses, instead of just a $-$.]

Student 17m: So actually, if you want to, say, get rid of the brackets, you are going to work with the -1 , instead of the $15a$?

Teacher: Exactly. Exactly.

Student 17m: Oh, so.

Teacher: Yes, because look on that left side you had no problem and you don't actually do anything with that $15a$.

Student 17m: No, yes, then that, oh, okay, like that.

Teacher: You do $-4a$ first and then it becomes?

Student 17m: -1 times -20 , that is -20 . Or no, sorry, 20 . $+20$.

Teacher: $+20$. And where do you think the most mistakes are made?

Student 17m: Yes, there. That. That that -1 times -20 , that that does not become a plus.

Teacher: Yeah, look, you could reason it a little bit differently. Saying, well, I want $4a - 20$, that whole piece, I want to take off, huh?

Student 17m: Yes.

Teacher: Then I can also say, then all signs actually flip, huh? $+4a$ I take off, that becomes $-4a$. But if I take -20 off, of course it becomes $+20$. That, you can also see that happen when I put -1 in front of it. So, what I sometimes do, when overwriting I just put -1 in front of it. And then I go ...

Student 17m: Yes, [something unintelligible,] I had forgotten that indeed, that if something is not there, it is always one.

Teacher: Yes, because usually when such one is asked, there is of course always a minus. You can feel that coming, don't you?

Student 17m: Yes. Okay, no, clearly. And eh, could you also explain the problem for that, so that is 42, c?

Solve algebraically. Round to one decimal place.

$$-0.38a + 2.88 = 7.31 - 0.06(a - 8)$$

Teacher: Yes, sure. [Teacher pastes the question into OneNote.] This one.

Student 17m: Yes, c.

Teacher: It seems like, um, a bit trickier because of the fact that it's all a few decimal places, doesn't it? The rest is basically the same.

Student 17m: Is it also the case, just with this one, that you do nothing with that 7.31 and that you are going to work with that -0.06 ?

Teacher: Yes, exactly. Look, where -1 was just before, so now you have to ... Well, guess what? Just say it. Look, that 7,31, okay, let's leave that one. And then?

Student 17m: Uh, then, -0.06 times a .

Teacher: Yes.

Student 17m: So that's $0.06a$.

Teacher: Exactly.

Student 17m: And then -0.06 times 8, that comes out positive, uh, something else. [Student says 8, but means -8 .]

Teacher: Yes, exactly. Eh, 0 comma?

Student 17m: Yes, you name it, let's have a look. [Student types it in on his calculator.] $-0.06 * -8$ is eh, 0.48.

Teacher: Well. Exactly. But indeed, eh, the same in that regard. Look, that 0 comma, there is one time in between. And of course, times precedes - or +. So first calculate the multiplication sum and then, only then subtract from that 7.31. That, that's actually it.

Student 17m: So, then you end up, in the end, do you end up with 6 comma, um?

Teacher: [Pause] Yeah, you mean 7,31 – or eh?

Student 17m: Yes, minus 0.48.

Teacher: Well, plus then, huh, now.

Student 17m: Um, yes, sorry.

Teacher: Yes, no, plus. So, 7 comma, well what is it then? 7, 9.

Student 17m: Yes, okay, clear.

Teacher: Yes.

Student 17m: Okay, and, uh, then, uh, last question. I have here in the book, I have, on the next page is a theory piece by C. That's about, um, making equations, that's about those coins in a parking machine. Can you see that too?

Teacher: yes, yes, I see him.

Student 17m: Yes, uh, that calculation is fine, I understand that, only, uh, what I don't understand, which is still a bit illogical to me: How is it possible that you can get out of this way, uh, while there are many possibilities? Many combinations are possible.

Teacher: I'll just put it in OneNote, then it will be a bit easier. You mean this one, right?

Student 17m: Yes.

Teacher: Well, there are 70 coins. These are only coins of 1 and 2 euros. That is then known.

Student 17m: Yes

Teacher: Okay. You also know that the total value is 110 euros.

Student 17m: Yes, yes, correct.

Teacher: And I also know that there are 70 of them.

Student 17m: Yes.

Teacher: I don't know yet how that is divided, but there are 70 of them together, huh?

Student 17m: No.

Teacher: Well, and then they say, well, eh, the number of 1-euro coins, well, we'll call that x.

Student 17m: Yes.

Teacher: And the number of 2-euro coins that is... eh, do you think that makes sense? $70 - x$?

Student 17m: Yes, that makes sense.

Teacher: Yeah, huh? Okay. And then they also say, now I've actually used it, that there are 70 coins.

Student 17m: Yes, [something unintelligible.]

Teacher: Yes. And now I'm going to look at the amount. Because of course I know that, I have x 1-euro coins. Well, what is the value of a 1-euro coin? Well, that's one euro, isn't it? So if I have 10 1 euro coins, I have 10 euros. And if I have 20 1-euro coins, I have 20 euros.

Student 17m: Yes.

Teacher: So, the number of x , you do times 1, that is the value.

Student 17m: Yes.

Teacher: And then I also have those 2-euro coins, which are these. [Teacher points to $70 - x$.] But if I have one 2-euro coin, it is of course worth 2 euros right away.

Student 17m: Yes.

Teacher: So, then I have to take a two. And so, I get a comparison, what this must be done together, this piece, that together of course must yield that 110.

Student 17m: That should be 110.

Teacher: And they write that down there. Look, and now I have an equation with just an x as unknown. Well, then it must be possible to solve it by removing parentheses. And you say there are more possibilities, but that is not true. One combination is now possible. If I have 30 times 1 euro ...

Student 17m: Yes, okay, but that's not a given in advance. You get to that after the calculation, you come to that. You could also say because you have not opened that machine yet. There could just as well, um, well, take a look, 28 coins of, um, 1 euro and then you have 31 of 2 euros. [Student starts about 31, but I do not know where that comes from.]

Teacher: Yes. Then you say....

Student 17m: Will I be okay? Am I correct, so quickly?

Teacher: Well, I don't know, I'll just check it. 61 times 2, then I come to 62. [Teacher says 61, but means 31 and writes it down correctly.] +28, well, that's not going to be quite right, is it? I have to get to 110, right?

Student 17m: Yes, but you get it, uh, do you get what I mean?

Teacher: Yes, yes. So, you wanted to say, I'm just looking for a combination that makes sense? Have a look.

Student 17m: Yes.

Teacher: Would that work with, um, what was I short of? 48? Is that correct then?

[
Teacher notes
48 times 1 = 48
31 times 2 = 62

+
110
]

Student 17m: Yes.

Teacher: I think so, huh? Then of course I have 48 there, like that. +62.

Student 17m: Or would you no longer end up with those 70 coins?

Teacher: Right.

Student 17m: Oh, aha.

Teacher: No, but that's it.

Student 17m: Oh, so.

Teacher: Sure, you can always make sure that you reach 110 together.

Student 17m: Yes, sure. If you pick up one of 2 euros, you have to return 2 coins of 1 euro. Then you are no longer at 70.

Teacher: Exactly. So, and that's it. If you start from that 70, and we do that by already doing x and $70 - x$, then you can calculate that exact combination.

Student 17m: Oh, so. So, if you know how many coins or how many tickets were sold, I know a lot, then there is really only one possibility.

Teacher: Exactly, yes.

Student 17m: Aha, clear.

Teacher: Well.

Student 17m: Okay, well, thank you.

Teacher: Hey, uh, doing great.

Student 17m: And before, um, let's see, we also had to do question 65 ...

Teacher: Yes.

Student 17m: If I say it correctly. That was about those tickets that were sold at that barbecue.

Teacher: Yes.

Student 17m: Uh, I had calculated it in this way, say with this theory.

Teacher: Yes.

Student 17m: And then I came to the right answer, only then I saw later in the answer book, when I went to check, that they had done it with "intersect". [Intersect is a button on the calculator.]

Teacher: Yes. Uh, you gotta help me out.

Student 17m: Does that matter for the test?

Teacher: Please help me, was that from the first support lesson or the second?

Student 17m: Oh, I don't really remember. I think, um, the second. Last question from, um, chapter 3.

Teacher: Yes.

Student 17m: Chapter 5, what is it? Chapter 5.

Teacher: Yes, I remember we did it. Yes, this one.

Student 17m: Yes, there he is.

Teacher: Yes, this was him.

Student 17m: Yes.

Teacher: Yeah, well, actually, you haven't really done anything else, probably. Only here have we said, there are x children and y adults. Do you remember? But what did you say? You may have also said, x children? Am I right?

Student 17m: Yes, I actually just took it exactly with the same theory, the same steps as those coins.

Teacher: Yes, because if there are x children, how many adults have you taken?

Student 17m: Eh, $250 - x$.

Teacher: Yeah, but that's great, man. Because, that's exactly the same. And why? Check it out here. Here they did it slightly different. They said the number of children is x , the number of adults is y .

Student 17m: Together it is 250.

Teacher: Right. And then if I free up that y here, they did it here. Do you see that?

Student 17m: Yes

Teacher: Then $Y_2 = 250 - x$. That's exactly what you had too.

Student 17m: Yes.

Teacher: And then, well, then they did it here with the GR, but of course you can also do it without the calculator. So, it wasn't all that different. But your question was of course: is it okay? It is certainly good what you did. Yes. Very good, in fact.

Student 17m: Okay, thank you.

Teacher: Well.

Student 17m: Okay, uh, then it will be fine. I have a good feeling about it.

[Closing of the lesson.]