

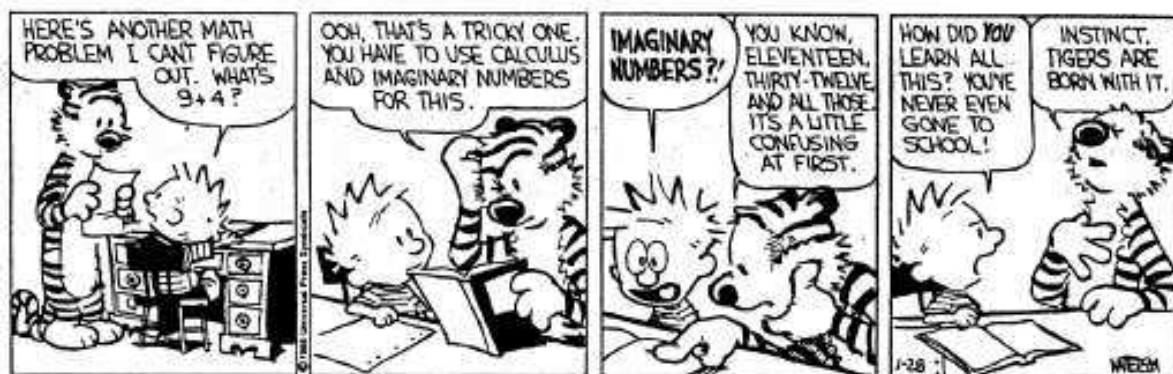
# Bachelor scriptie

## Wiskunde studeren: Aansluiten of wegwezen?

Laurens Gelling

### Calvin and Hobbes

by Bill Watterson



# Inhoudsopgave

<b>1</b>	<b>Inleiding</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Literatuur</b>	<b>4</b>
2.1	Geschiedenis . . . . .	4
2.2	Discussies in de loop van de tijd . . . . .	5
2.3	Tweede Fase . . . . .	5
2.3.1	Weerstand . . . . .	6
2.3.2	De Grafische rekenmachine . . . . .	7
2.3.3	De Formulekaart . . . . .	7
2.4	Knelpunten en aansluitingsproblematiek . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Methodologie</b>	<b>11</b>
<b>4</b>	<b>Onderzoeksanalyse</b>	<b>13</b>
4.1	Enquête studenten . . . . .	13
4.1.1	Resultaten enquête studenten . . . . .	13
4.1.2	Analyse vragen 1 tot en met 13 . . . . .	14
4.1.3	Analyse vragen 16 tot en met 27 . . . . .	15
4.1.4	Open vragen . . . . .	15
4.2	Interview studieadviseur (1) . . . . .	18
4.3	Interview studieadviseur (2) . . . . .	20
4.4	Interview docenten . . . . .	21
<b>5</b>	<b>Conclusies en aanbevelingen</b>	<b>23</b>
5.1	De grafische rekenmachine . . . . .	23
5.2	De formulekaart . . . . .	24
5.3	Tijdgebrek . . . . .	24
5.4	Algebraïsche vaardigheden . . . . .	25
5.5	Nieuwe punten . . . . .	25
5.6	Afsluiting . . . . .	26
<b>6</b>	<b>Bijlage</b>	<b>27</b>
6.1	Enquête . . . . .	27
6.2	Vragenlijst docenten . . . . .	30
<b>7</b>	<b>Literatuur</b>	<b>31</b>

# 1 Inleiding

Voor de zomer van 2006 kwam Martha Witterholt naar mij toe met de vraag of ik tijdens de lerarendag in december een workshop wou geven over de aansluiting van het voortgezet onderwijs naar het wetenschappelijk onderwijs. Ik zou dan voornamelijk vanuit mijn eigen ervaringen spreken over deze aansluiting. Maar aangezien ik mijn bachelor nog niet had en ook nog geen onderwerp voor een onderzoek, kon ik daar direct mijn bachelorscriptie op aansluiten. Dit onderzoek past mooi in mijn vakgebied, want na de bachelor wil ik de master educatie en communicatie gaan doen met als doel wiskundeleraar te worden.

Voor het onderzoek heb ik van verschillende methoden gebruik gemaakt en al met al hoop ik een antwoord te kunnen vinden op de vraag: *"Hoe sluit de wiskundestudie op de RUG aan op het niveau van de VWO leerlingen. En als deze aansluiting niet goed is: hoe kunnen we deze dan verbeteren?"*

Mijn grote dank gaat uit naar Martha Witterholt die mij begeleid heeft. Verder gaat mijn dank uit naar Jan van Maanen, Jos Tolboom, Jaap Top, Ena Tiesinga en Fred Wubs. Rest mij u alleen nog veel plezier te wensen met het lezen van deze scriptie.

Laurens Gelling.

## 2 Literatuur

Voor de literatuurstudie heb ik bijna alle tijdschriften van *de Nieuwe Wiskrant*, *het Nieuw Archief voor wiskunde* en *Euclides* van de afgelopen 7 jaren doorgenomen en gekeken naar relevante artikelen (zie ook referenties). Naast de artikelen over de Tweede Fase en de aansluiting op universiteiten, heb ik ook gezocht naar artikelen over de geschiedenis van onderwijsveranderingen en de discussies die daarmee gepaard gingen. Van de geschiedenis kunnen we veel leren en zien we de ontwikkeling van het wiskunde onderwijs.

### 2.1 Geschiedenis

Voor 1816 was er in Nederland geen wiskundeonderwijs zoals wij die nu kennen,[1]. Er werd alleen gerekend en elke school was vrij om te kiezen welk programma ze de studenten aanboden. In 1815 ondertekende Koning Willem I de wet waarin de regeling voor de latijnse school was opgenomen. Wiskunde werd voor het eerst een verplicht vak. Vanaf dat moment werden er vragen gesteld over het wiskundeonderwijs. Vragen als: "Wat hebben de studenten nodig aan wiskundige bagage?" Er werd niet gekeken naar de toepassingen van wiskunde bij de beroepen, maar meer naar de algemeen vormende waarde van wiskunde. Hierdoor stond wiskunde dus tegenover vakken die op dat moment veel belangrijker waren. Vakken zoals Theologie, Filosofie en Latijn. Wiskunde moest geaccepteerd worden en een plek krijgen binnen het onderwijssysteem.

Jacob de Gelder, een Leidse hoogleraar, maakte zich persoonlijk sterk voor de positie van wiskunde. Deze hoogleraar was ook auteur van schoolboeken en boeken waarin de positie van wiskunde centraal stonden. Tevens was hij adviseur van de regering en heeft hij heel veel invloed gehad op de ontwikkeling van het wiskundeonderwijs. Het belang van wiskunde en de kwaliteit van de wiskunde-docent stonden ter discussie.

Pas vanaf 1826 werd wiskunde algemeen geaccepteerd en bijna alle scholen volgden het programma dat de regering had bedacht en natuurlijk werden de boeken van de Gelder sterk aanbevolen.

In de periode van 1838 to 1863 verdwenen de klassenleerkrachten en werden ze vervangen door de vakleerkrachten. Op de HBS werd wiskunde zelfs het hoofdvak. In de jaren 20 van de 20<sup>e</sup> eeuw kwam Einstein met de relativiteitstheorie. Deze theorie zorgde voor heel wat opschudding. Niet alleen bij natuurkunde, maar zeker ook bij wiskunde. Veel wiskundigen raakten in hevige discussie met elkaar, met name over de vlakke meetkunde. Deze strijd duurde tot de jaren 50. Uiteindelijk leidde dit, met hulp van Freudenthal, tot een leerplan dat tot 1968, het jaar van de mammoetwet, van kracht bleef.

Freudenthal zei hierover: "*Mijn doel is een geïntegreerde docententraining, waarbij in het bijzonder vakonderwerpen en didactische componenten elkaar doordrin-*

gen...”, [19].

## 2.2 Discussies in de loop van de tijd

Wat opvalt is dat na elke verandering in het programma hevige, felle en soms langdurige (30 jaar!) discussies losbarstten. In 1835 waren het voornamelijk fundamentele discussies met vragen als: ”In welk opzicht worden leerlingen door wiskunde gevormd?” en met name: ”Is wiskunde niet in strijd met het klassieke ideaal?”.

Vanaf 1920, [7] en [11], gaan de discussies over de uitgangspunten van het wiskundeonderwijs. In de jaren '50 komt er differentiaalrekening op het programma en wordt meetkunde niet langer meer gegeven aan de hand van de *Elementen van Euclides*.

In 1968 gaat het nog verder. Verzamelingenleer en transformatiewiskunde komen in het pakket. Onder leiding van Freudenthal komt er in de jaren '70 een beweging die zich bezighoudt met realistische wiskunde, waar dagelijkse dingen de aanleiding moeten zijn tot wiskunde.

Het jaar 1986 is het jaar van de splitsing. Op het VWO komt de invoering van Wiskunde A en B (HEWET) en het HAVO volgt in 1989 (HAWEX). Uiteindelijk volgt ook de onderbouw in 1993 met het W12-16 programma.

In het cursusjaar 1998-1999 kwamen de zogeheten proefscholen. Scholen waar de Tweede Fase voor het eerst werd geïntroduceerd, waarna in september 2001 elke school de Tweede Fase moest doorvoeren.

We zien nu dat er na elke onderwijsverandering een piek aan klachten ontstaat. Van Streun: ”*Bij grote veranderingen in het wiskundeprogramma, bijvoorbeeld die van 1968, de invoering van de basisvorming en van wiskunde-A en -B, en nu weer bij de de Tweede fase havo/vwo, is er ook altijd een piek in die klachten. Begrijpelijk, omdat het vervolgonderwijs zich door de eigen traagheid achteraf aanpast bij de veranderde instroom, en omdat veel wijzigingen inderdaad ten koste zijn gegaan van het aanleren van traditionele technieken*”, [7].

Toch gingen de discussies niet altijd over dezelfde onderwerpen. De lijn van discussie is veranderd. Werd er voorheen voornamelijk gediscussieerd over het nut van wiskunde en het belang van wiskunde voor de maatschappij en het onderwijs. Tegenwoordig is wiskunde een erkend vakgebied en heeft de discussie zich verplaatst naar de invulling van dit vak. Welke onderwerpen er gegeven moeten worden, omdat die onderwerpen het meest nuttig zijn en met name: op wat voor manier.

## 2.3 Tweede Fase

Wat was nou het idee achter de Tweede Fase?

De gedachte was dat de leerlingen meer zelfstandig zouden leren, minder contacturen hebben en meer (lees: véél meer) zelfstudie moeten doen, opdat de

aansluiting op het WO verbeterd zou worden. De doelen van de Tweede fase zijn, [18], [20]:

- Leerlingen een uitgebreide algemene ontwikkeling geven.
- Samenhang creëren tussen de vakken.
- Leerlingen beter voorbereiden op hun vervolgopleiding aan het WO of HBO door middel van grotere zelfstandigheid.

Om dit te verwezenlijken werden er andere werkvormen ingevoerd. De rol van de docent zou drastisch veranderen. Minder frontaal lesgeven en meer werkvormen toepassen, [2],[3] en [10]. Hierdoor worden de leerlingen meer gestimuleerd om zelf bezig te gaan met de stof en zich deze eigen maken.

In een overzicht geeft Henk v.d. Kooi, [17] de profielen en de bijbehorende slus:

Profiel	Havo wiskunde (slu)	VWO wiskunde (slu)
C & M	A1 (160)	A1 (360)
E & M	A1,2 (280)	A1,2 (600)
N & G	B1 (320)	B1 (600)
N & T	B1,2 (440)	B1,2 (760)

Elk profiel heeft een vast pakket aan vakken en daar moeten nog een aantal vakken bij gekozen worden. Wiskunde is in dit systeem opgedeeld in vier deelvakken, voor elk profiel een wiskunde vak. Dit geeft aan dat wiskunde een belangrijke rol speelt in de Tweede Fase.

Toch was dat niet het enige. Er waren meerdere doelen van het studiehuis. Het moest namelijk de overgang van het voortgezet onderwijs naar het wetenschappelijk onderwijs verbeteren. Want, zo was gebleken, de studenten konden niet of amper overweg met de vrijheid die ze geboden werd op de universiteit.

### 2.3.1 Weerstand

Al voordat de Tweede Fase werd ingevoerd, woedden er hevige discussies. De meeste vakgebieden waren het ermee eens dat een verbreding van het onderwijs automatisch leidde tot versnippering. Elk vakgebied zou in de bovenbouw moeten inleveren aan tijd en dus aan programma. Voor wiskunde had het nogal wat gevolgen. De leerlingen zouden niet meer op dezelfde manier wiskunde leren als daarvoor. Rijtjes sommen waren verleden tijd en de formulekaart werd geïntroduceerd. Als je weet hoe het moet, dan is dat voldoende, was het argument. De rest kon je wel opzoeken op de formulekaart.

Naast de formulekaart, werd de grafische rekenmachine ingevoerd. Dit handige

apparaat zou veel dingen kunnen verduidelijken. Het kan o.a. grafische representaties laten zien en daarmee het inzicht in wiskunde bevorderen.

Hoe mooi dit ook klinkt, veel docenten waren tegen deze ontwikkelingen. Leerlingen zouden niet overweg kunnen met de geboden vrijheid. En de formulekaart, kunnen ze dan straks helemaal niks meer uit het hoofd?

Dit zou ook weer gevolgen hebben voor de aansluiting op het WO. Als de leerlingen straks weinig meer uit het hoofd zouden kunnen door de komst van de formulekaart en de grafische rekenmachine, dan zouden de colleges op het WO te hoog gegrepen zijn voor de studenten.

### 2.3.2 De Grafische rekenmachine

Wat misschien nog wel de meeste kritiek kreeg was de invoering van de grafische rekenmachine, (G.R.). Leerlingen zouden helemaal niks meer kunnen en voor elk wissewasje naar dat 'ding' grijpen. Harm Jan Smid *“Daar zijn ze dan: de grafische rekenmachine en het formuleblad. Het is waar, daar is op veel universiteiten zuinig op gereageerd. Veel researchwiskundigen gebruiken programma's als Maple en Matlab en vinden het werken met de GR maar geknoei en gepriegel. Anderen reageerden net als docenten vroeger in het voortgezet onderwijs op de gewone rekenmachine: als we dat toestaan, waar blijven we dan?”*, [6].

Toch moet gezegd worden dat de kritiek misschien wel iets te ver doorvoerde. Leerlingen die moeite hebben met wiskunde hebben zeer veel aan de G.R. die ervoor zorgt dat ze veel berekeningen wel kunnen of de G.R. kunnen gebruiken als handig controlemiddel. Daarnaast zullen de leerlingen die voor een wiskunde-studie kiezen wel genoeg inzicht hebben om goed met de grafische rekenmachine om te gaan.

Maar waarom werd de grafische rekenmachine ingevoerd? Paul Drijvers: *“Kennelijk is voor veel wiskundeleraren de drempel naar het computerlokaal te groot. Er vanuit gaande dat ICT een bijdrage kan leveren aan het realiseren van de gewenste vernieuwingen in het wiskundeonderwijs is dus een praktisch stuk gereedschap nodig en dat kan de grafische rekenmachine zijn, was de gedachte. Door de machine ook bij het eindexamen aanwezig te veronderstellen werd voorkomen dat de invoering slechts op papier zou plaatsvinden; het examen is immers een probaat middel om veranderingen te forceren! Op deze manier gaf de Vakontwikkelgroep Wiskunde de beslissende aanzet tot de invoering van de grafische rekenmachine.”*, [5].

### 2.3.3 De Formulekaart

Naast de kritieken op de grafische rekenmachine, werd er ook kritiek geleverd op de komst van de formulekaart. Hoewel de reacties op de komst van deze kaart minder heftig waren dan op de komst van de G.R., zette men hier ook sterk zijn

vraagtekens bij.

Smid :”*Veel merkwaardiger vind ik het fenomeen formulekaart (ik zou graag willen weten wie die bedacht heeft). De GR is ontegenzeggelijk een vooruitgang en ik vind het onzin zoiets te verbieden. Maar een formulekaart had 100 jaar geleden ook ingevoerd kunnen worden, waarom dan nu? Als je een formulekaart wilt, moet die zaken bevatten die je inderdaad niet uit het hoofd hoeft te weten, maar incidenteel wel eens nodig hebt. Voor het voortgezet onderwijs kun je dan denken aan zaken als de regels voor  $\sin(a+b)$  en  $\sin p + \sin q$ , of bepaalde formules uit de kansrekening, maar natuurlijk niet  $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$  of de stelling van Pythagoras.*”, [6].

De formulekaart zou bij veel leerlingen de wiskundekennis behoorlijk verminderen. Leerlingen zouden in het ergste geval niks meer uit hun hoofd weten. De studenten wiskunde die dan van de Tweede Fase zouden komen, zouden veel problemen hebben met formules en algebraïsche vaardigheden op de universiteit.

Smid :”*Het effect is dat zowel uitleg van de docent als oplossingsproces van de student vastloopt op onbegrip of fouten die eigenlijk niets met het onderwerp zelf te maken hebben.*”, [6].

## 2.4 Knelpunten en aansluitingsproblematiek

Uit de literatuur komt naar voren dat de Tweede Fase in zijn algemeenheid een slechte voorbereiding zou zijn voor het wiskundig wetenschappelijk onderwijs. Voor wiskunde was er nogal wat kritiek. De studenten zouden door de Tweede Fase geen algebraïsche vaardigheden ontwikkelen, omdat alles toch wel op de formulekaart staat. Eén van de grootste knelpunten die door de Tweede Fase naar voren komt is het gebrek aan algebraïsche vaardigheden, [13] en [14]. Hier komt namelijk heel sterk naar voren dat de studenten van tegenwoordig niet meer beschikken over de juiste bagage algebraïsche vaardigheden. Peter Kop: “*De algebraïsche vaardigheden verdienen misschien wel meer aandacht dan ze de afgelopen jaren hebben gekregen*”, [9]. Daarnaast zouden de leerlingen wiskunde niet leren zonder de grafische rekenmachine. Voor elke eenvoudige optelsom zouden ze naar dat 'ding' grijpen. De leerlingen zouden de opgaven wel kunnen maken, maar weten niet wat ze aan het doen zijn.

Toch zou de Tweede Fase een aantal hele mooie dingen nog met zich mee brengen. Zo worden de leerlingen veel zelfstandiger en meer gestimuleerd om zelf na te denken in plaats van trucjes en/of regeltjes toe te passen.

Op het wetenschappelijk onderwijs zouden ze door de grote onderlinge verschillen tussen docenten moeite hebben met de zeer compacte manier van lesgeven. Het principe van hoorcollege, twee uur zitten luisteren naar een docent en werkcollege, drie uur achter elkaar met opgaven bezig zijn, vinden de meeste studenten dan ook zwaar.

Er was al voor de invoering een heel arsenaal aan tegenargumenten. Nu de Tweede Fase al weer een tijd ingevoerd is, is er een beter overzicht waar de knelpunten



van de Tweede Fase liggen,[12],[20].

Door de grote hoeveelheid aan examenvakken moet elk vakgebied inleveren aan tijd. Door deze verbreding is er per vakgebied minder diepgang, dus als de leerlingen het examen gedaan hebben, is het eindniveau per vakgebied lager dan vóór de Tweede Fase. Van Streun zegt hierover: *"Daarnaast maakt de versnippering over het grote aantal vakken het onmogelijk om de vereiste diepgang en beheersing van de profielvakken te bereiken"*,[1]. Daar komt nog bij dat leerlingen veel zelfstudie moeten doen. Hierbij gaan we ervan uit dat wat ze leren, ze ook goed leren. Maar zelfstudie kost daarentegen ook meer tijd. En tijd is schaars in de Tweede Fase. Studenten wiskunde kennen de onderwerpen wel, maar hebben niet genoeg tijd om deze onderwerpen toe te passen in andere contexten. Van der Kooi zegt over het tekort aan tijd: *"Vaardigheden zul je moeten leren. Tenzij je bijzonder getalenteerd bent, is daar tijd voor nodig. En die tijd is er niet, met het gevolg dat sluimerend wiskundetalent onvoldoende gelegenheid krijgt zich te ontwikkelen."*,[4].

Met de komst van de formulekaart en de grafische rekenmachine en het gedeeltelijk wegvallen van de rijtjessommen beschikken de leerlingen over minder parate wiskunde kennis dan voorheen en beschikken ze vervolgens dus ook over minder parate wiskunde kennis. Dit heeft als direct gevolg dat de eerstejaars wiskundestudenten moeite hebben met de collegestof waar wel verwacht wordt dat ze deze wiskundekennis beheersen.

Bert Zwaneveld: *"De taal van de wiskunde, en dan met name de formuletaal is het belangrijkste struikelblok: formules zijn inderdaad abstract; die taal een beetje onder de knie krijgen kost tijd en moeite en dat is saai; die taal gebruiken is een soort rekenen en rekenen is toch al niet zo'n sterk punt, bovendien kunnen apparaten dat veel beter en wordt het rekenen in de praktijk ook vrijwel altijd aan apparaten overgelaten."*, [8].

Volgens Van Streun [16], is het aantal studielasturen dat er voor elk onderdeel van de wiskunde staat, veel te veel. Van Streun: *"Het gevolg is dat de werkelijk beschikbare studielast hooguit 70 procent is van de studielast waarop de examenprogramma's zijn vastgesteld."*,[1]. Toch moeten de leerlingen met goed gevolg het examen kunnen maken. Dit betekent dat ze voor het examen het benodigde leren en ook niet meer. Dit heeft tot direct gevolg dat diepgang in de wiskunde weg is.

Kortom de knelpunten die de Tweede Fase met zich meebracht zijn:

1. de grafische rekenmachine
2. de formulekaart
3. het gebrek aan algebraïsche vaardigheden
4. het tijdgebrek

Dat dit allemaal gevolgen heeft voor de aansluiting bij wiskunde van het voortgezet onderwijs naar het wetenschappelijk onderwijs mag duidelijk zijn, maar wat vinden de studenten en docenten van de wiskunde faculteit van het RUG er nu eigenlijk van?

### 3 Methodologie

Voor dit onderzoek was het uiteraard niet voldoende om alleen vanuit mijn persoonlijke ervaringen te praten. Daarom maak ik voor dit onderzoek gebruik van verschillende methoden.

Ten eerste wordt er een literatuurstudie gedaan. Hiervoor worden *de Nieuwe Wiskrant*, *het Nieuw Archief voor wiskunde* en *Euclides* doorgelezen om te kijken waarover geschreven is de afgelopen jaren in het kader van mijn onderzoek.

Ten tweede worden de studieadviseurs en docenten van eerste en tweedejaars vakken van de RUG geïnterviewd.

De studieadviseurs weten het meest over het niveau van de studenten en de problemen waar de studenten tegenaan lopen, dus de mening van de studiedviseurs is vrij belangrijk.

Daarnaast is het ook belangrijk om te weten te komen wat de docenten op de RUG van het niveau van de studenten vinden. Zij werken al langer in het onderwijs en hebben de overgang naar de Tweede Fase natuurlijk ook meegemaakt. Wat vinden zij nu van de studenten die uit de Tweede Fase komen en waar liggen volgens de docenten de knelpunten. Ook wil ik graag weten wat zij denken dat er veranderd moet worden om de aansluiting te verbeteren. De vragen die gesteld zijn aan de docenten kunt u vinden in bijlage 6.2.

Ten derde vullen alle eerste en tweedejaars studenten wiskunde aan de RUG een enquête in, omdat de mening van de studenten uiteraard ook erg belangrijk is.

De enquêtes kunt u vinden in de bijlage. Voor het laatste deel van de enquête heb ik gebruik gemaakt van een bestaande enquête, [14].

Het eerste deel van de enquête gaat over het onderwijs. Vragen over zowel het onderwijs op het voortgezet onderwijs als op de RUG. Het tweede gedeelte van de enquête gaat over de algebraïsche vaardigheden.

Het doel van deze enquêtes is om erachter te komen wat de studenten vinden van de aansluiting van hun middelbare school naar de studie wiskunde op de RUG. Ik wil erachter komen wat ze gemist hebben op hun middelbare school, waar volgens hen de knelpunten (van de Tweede Fase) zitten. Waar de moeilijkheden en aansluitingsproblemen vandaan komen op de universiteit. Maar wat misschien nog veel belangrijker is: Wat moet er veranderd worden als aangegeven wordt dat de aansluiting van het voortgezet onderwijs naar het wetenschappelijk onderwijs niet goed genoeg is.

Hiervoor heb ik naar de roosters van het eerste en tweede jaar gekeken en met de desbetreffende hoorcollege docenten overlegd of ik tijdens een hoorcollege langs mocht komen om de studenten deze enquêtes in te laten vullen. In de pauze van een hoorcollege heb ik de enquêtes uitgedeeld en de studenten hebben ze direct ingevuld. Ik heb gekozen voor een hoorcollege van het hoofdvak van dat kwartaal, omdat daar de meeste wiskunde studenten naar toe gaan. Er zitten ook natuurkunde studenten bij, vandaar dat het uitdelen en invullen van de enquêtes in de pauze gebeurde.

In totaal hebben er 31 studenten de enquête ingevuld. Er waren drie studenten die van het HBO kwamen of geen middelbaar onderwijs in de Tweede Fase hebben genoten. De enquêtes van deze studenten heb ik niet meegenomen in het onderzoek, waardoor het totaal aantal geënuquêteerden op 28 studenten komt. De ideeën van deze drie studenten heb ik wel meegenomen, omdat het ook belangrijk is om te weten wat deze studenten van de aansluiting vinden. Hun mening telt uiteraard ook mee. Daarnaast zou het zonde zijn om de eventuele goede ideeën die zij hebben verloren te laten gaan.

Aan alle enquêtes kan geen statistisch onderzoek gedaan worden. Het aantal geënuquêteerden is te klein voor een sluitend en passend statistisch onderzoek. Daarnaast geven de studenten antwoord vanuit hun eigen belevingswereld en gevoel. Wel kunnen we tot een plan van aanpak komen om de aansluiting te verbeteren. Daarnaast kunnen docenten rekening houden met de antwoorden en motivaties van de studenten om zo hun colleges beter te laten worden en daarmee de aansluiting te verbeteren.

## 4 Onderzoeksanalyse

### 4.1 Enquête studenten

Allereerst kijken we naar de enquête die ingevuld is door de studenten. Ten eerste kijken we naar de vragen 1 tot en met 13. Deze vragen gaan over het onderwijs op het VWO en op het WO. Dan de vragen 16 tot en met 27. Deze vragen gaan over de algebraïsche vaardigheden. Tenslotte kijken we naar de open vragen.

#### 4.1.1 Resultaten enquête studenten

Hieronder staan de resultaten van de uitslag van de enquête onder studenten. De scores zijn 1 tot en met 5, waarbij 1 = helemaal mee oneens en 5 = helemaal mee eens. Ik heb bij alle vragen aangegeven hoe vaak een score is voorgekomen. Het gemiddelde is de som van de frequentie keer de score gedeeld door 28 (aantal geënquêteerden). Behalve bij vraag 13, waar één blanco stem in voorkwam. Hier is het aantal 27.

Als voorbeeld neem ik vraag 1.

vraag	1	2	3	4	5	gemiddelde
1	0	10	11	7	0	2.89

Het gemiddelde is als volgt berekend:  $\text{gemiddelde} = \frac{0 \cdot 1 + 10 \cdot 2 + 11 \cdot 3 + 7 \cdot 4 + 0 \cdot 5}{28} = 2.89$ . Dit antwoord geeft aan dat gemiddeld genomen de studenten de manier van lesgeven in de Tweede Fase niet als de juiste manier van lesgeven, maar ook niet als een hele slechte manier ervaren. We zouden kunnen spreken van een zeer lichte negatieve tendens jegens de Tweede Fase, omdat 2.89 heel dicht bij 3 (= neutraal) ligt.

Alle gemiddelden rond de 3 geven niet een heel duidelijk beeld weer. Ze geven aan dat de studenten gematigd zijn in hun antwoord.

#### 4.1.2 Analyse vragen 1 tot en met 13

vraag	1	2	3	4	5	gemiddelde
1	0	10	11	7	0	2.89
2	2	7	4	14	1	3.18
3	3	4	8	12	1	3.14
4	14	10	3	1	0	<b>1.68</b>
5	2	3	7	9	7	3.57
6	0	8	7	11	2	3.25
7	3	13	8	2	2	2.54
8	1	11	7	8	1	2.89
9	6	16	3	3	0	<b>2.11</b>
10	2	12	8	4	2	2.71
11	1	5	10	9	3	3.29
12	3	11	7	7	0	2.54
13	4	13	8	2	0	<b>2.30</b>

Opvallende scores zijn de uitslagen bij de vragen 4, 9 en 13. Deze scores zijn vetgedrukt in de tabel. Opvallend is ook dat er zoveel scores rond de 3 zijn. Dit geeft niet aan dat de studenten geen mening hebben. Beslist niet. Maar de ene leerling fungeert beter onder het ene systeem dan de andere. Dit betekent dat waar de één het als zeer positief ervaart, de ander het juist negatief vindt. Dat dit elkaar opheft en er zo een gemiddelde score uitkomt is dus verklaarbaar.

Uit vraag 4 komt sterk naar voren dat de studenten wel wiskunde kunnen zonder een grafische rekenmachine. Maar aan de andere kant komt er uit vraag 5 licht naar voren dat de studenten de formulekaart niet als een positief element van de Tweede Fase ervaren. Zeker op het WO moeten de leerlingen veel formules herkennen, maar door het gebruik van een formulekaart blijken ze dit toch niet allemaal te kunnen. Bij de open vragen kom ik hier nog op terug.

De tweede opvallende score is de uitslag van vraag 9. De studenten hebben geen moeite met de manier van lesgeven op het wetenschappelijk onderwijs. Ook hebben ze over het algemeen wel redelijk door wat er verteld wordt en waar het over gaat tijdens de hoorcolleges (vraag 10). Een belangrijk aspect hierbij zijn de werkcolleges die door de meeste studenten als nuttig ervaren worden. Ze vinden, maar met mate, dat ze zonder de werkcolleges de stof niet onder de knie kunnen krijgen (vraag 11).

De derde opvallende score is die van vraag 13. Een grote groep geeft aan dat ze bij een opgave wel beseffen wat ze aan het doen zijn en dat ze niet gewoon maar de regeltjes toe passen.

### 4.1.3 Analyse vragen 16 tot en met 27

vraag	1	2	3	4	5	gemiddelde
16	0	1	0	7	20	<b>4.64</b>
17	2	6	4	9	7	3.46
18	0	1	1	7	19	<b>4.57</b>
19	1	9	4	3	11	3.50
20	0	1	1	4	22	<b>4.68</b>
21	0	2	6	7	13	<b>4.11</b>
22	5	9	5	6	3	2.75
23	1	3	3	14	7	3.82
24	6	10	4	4	4	2.64
25	8	8	8	2	2	2.36
26	6	11	7	4	0	<b>2.04</b>
27	3	9	1	9	6	3.21

In de vragen 16 tot en met 27 kijken we naar de vaardigheden en proberen we te achterhalen waar de studenten wel of niet goed in zijn. Let op, de studenten geven zelf aan hoe goed ze zijn! De vragen hebben ze niet gemaakt, maar ze hebben puur gekeken of ze de opgaven naar behoren konden maken toen ze met de studie wiskunde begonnen.

Wederom zien we een aantal opvallende scores. Hier zelfs een aantal heel opvallende hoge scores. Scores die absoluut gezien significant van 3 afwijken. De meest opvallende scores zijn de gemiddelden van de vragen 16, 18, 20, 21 en 26. Deze zijn vetgedrukt in de tabel.

Uit de vragen 16 en 18 mogen we concluderen dat het rekenen met breuken op de lagere school en op de middelbare school niet mis is gegaan bij deze studenten. Rekenen met breuken kunnen de studenten nog wel. Ook differentiëren (vragen 20 en 21) en in iets mindere mate integreren (vraag 23) is geen probleem.

Aan de andere kant blijken goniometrische functies wel moeilijkheden met zich mee brengen (met name vraag 26 en vraag 27). Goniometrie wordt over het algemeen door bijna alle VWO scholieren als zeer moeilijk ervaren.

Waar het aan komt op de algemene kennis en vaardigheden (vragen, 17, 19, 22, 24 en 25) geven ze aan dat ze daar iets minder in bedreven zijn.

### 4.1.4 Open vragen

De open vragen geven een duidelijker beeld aan. De studenten zijn erg duidelijk in wat ze vinden. Toch moet hier ook een kleine kanttekening worden geplaatst, namelijk dat de studenten die positief waren over hun vooropleiding en de universiteit bij de open vragen weinig ingevuld hadden.

**Vraag 14: *Wat heb je gemist op het VWO aan leerstof en vaardigheden m.b.t. wiskunde***

De studenten waren zeer enthousiast over deze vraag en hebben heel veel opgeschreven. De onderwerpen die ze gemist hebben zijn: Diepgang, bewijzen, integreren en differentiëren (de vragen uit de tekst waren geen probleem, maar ze hadden hier wel meer van willen weten) en parate wiskundekennis. Een heel klein aantal hebben weinig tot niks gemist.

Hieronder staan enkele uitspraken van studenten:

- Het is heel oppervlakkig. Ik had meer diepte willen zien, helemaal op het gebied van calculus.
- Vaardigheid in integreren zoals partieel integreren of over volumes integreren.
- Simpele dingen als breuksplitsen etc. Het uit het hoofd moeten kennen van standaard afgeleiden en dergelijke.
- Meer basisregels uit het hoofd leren. Minder met de GR en Formule kaart.
- Formules afleiden en de reden waarom je iets op een bepaalde manier moet oplossen.
- Te weinig formules echt moeten kennen. Alles stond op de formulekaart en die heb je hier niet meer!
- Ken te weinig formules, haalde erg veel van formulekaart.
- Ik vind vooral dat hier wordt verwacht dat je een heleboel formules kent, die ik op de middelbare school van de formulekaart haalde. Meer oefenen met bijvoorbeeld differentiëren en integreren. In tempo differentiëren en integreren. Het gaat niet vanzelf vlot.
- Niks, alles wordt op college weer van begin af aan uitgelegd.
- In principe niet veel, omdat op het WO wordt begonnen met zaken die rechtstreeks aansluiten op examenstof. Wel is het zo dat zaken als programmeren totaal onbekend waren voor mij, maar dat is op WO gemakkelijk in te halen.
- Wiskunde begrijpen. Het enige wat je leerde waren wat rekenregeltjes. Je had geen idee wat je precies aan het doen was.
- Bewijzen werden nooit gedaan. Dat geldt niet alleen voor formele bewijzen maar ook het idee van een bewijs.



- Bewijzen/ wiskundig redeneren. Alleen meetkundige bewijzen, maar daar heb je op de universiteit nog niets aan gehad.
- Het abstracte deel van de wiskunde, dus afleiden en bewijzen mag meer aandacht krijgen! Het is teveel 'sometjes' maken en minder 'snappen' hoe de achtergrond werkt.

Kortom, de knelpunten zijn als volgt:

- Snel en uit het hoofd wiskundige vaardigheden kunnen toepassen.
- De taal van de wiskunde begrijpen, met name redeneren en bewijzen.

**Vraag 15: *Wat moet er op de universiteit veranderen om de overgang van VO naar WO te verbeteren?***

Ook over deze vraag hebben de studenten een uitgesproken mening. De onderwerpen die het meest aan bod komen zijn: Niks, want het is niet de taak van de RUG. Rekening houden met de stof die gegeven wordt op het VO, een opfriscursus in het begin van je eerste jaar en rustiger door de stof gaan. Hieronder staan een aantal uitspraken van de studenten:

- Ik denk niet dat dat de taak van de universiteit is. Maar als de RUG er echt wat aan wil doen, kunnen ze misschien beter kijken naar de stof die studenten gehad hebben, want docenten hier hebben daar uiteraard ook niet altijd zicht op. Dan kunnen ze er toch een beetje op inspelen
- Maar uiteindelijk blijft het de schuld van de regering om de Tweede Fase in te voeren en misschien nog erger: niet beseffen dat dit systeem faalt.
- Universiteiten kunnen denk ik nooit altijd genoeg rekening met de voorkennis van studenten houden. Immers, op de universiteit valt ook genoeg te leren. Als je ook gemiste kennis moet opvullen, dan doet dat de studie zelf geen goeds.
- Bij het eerste wiskundevak: meer werkcolleges, of in ieder geval meer begeleiding bij de werkcolleges, of kleinere groepen. Daarbij uitwerkingen van sommen geven zodat je kan zien hoe de som eigenlijk had gemoeten en hoe je dat moet opschrijven.
- Misschien een betere overgang van de stof. Je wordt 'in het diepe' gegooid als je hier komt.
- Herhalen van belangrijke middelbare school stof en dit uitbreiden.

- Vooral formulieren met feiten zou ik graag willen hebben. De Formulekaart toegepast op de vakken van nu, zodat ik hiermee bekend kan raken en ze beter uit mijn hoofd kan gaan leren.
- De overgang zoals die er nu is, is wel oké. De stap is nu eenmaal vrij groot en ik denk dat de universiteit daar weinig aan kan doen zonder het karakter van een universiteit te verliezen.
- WO moet niet veel verbeteren. Je kan alles nog makkelijker maken zodat het een beetje goed verloopt, maar dan stel ik voor de studie wiskunde maar gelijk met twee jaren te verlengen. Wat verbeterd moet worden is het VO!
- Wat zonder meer bij zou dragen tot een beter begrip is zeker aan het begin wat meer voorbeelden te geven, omdat je van het VO niet anders gewend bent. Maar dit zal natuurlijk ten koste gaan van de 'echte' wiskunde en of dat nou zo wenselijk is...
- Veel professoren hebben het idee dat we een veel grotere voorkennis hebben dat het geval is. Dit moet beter! (Laat ze eens de VWO eindtermen doorlezen.)
- In het begin meer aandacht aan calculus.

Kortom, wat moet er veranderen?

- Niks, ter bescherming van de inhoud van de wiskundestudie van de RUG.
- Meer rekening houden met het gebrek aan kennis van de student qua leerstof en qua begeleiding.

## 4.2 Interview studieadviseur (1)

Het niveau van de grote eerste jaars vakken is dramatisch gedaald. Eerst werd er nog partiële integratie etc. gegeven, maar nu niet meer. De oorzaak hiervan komt voor een groot deel doordat eerste, tweede en derde jaars jarenlang kleine gedeeltes hebben geleerd op het VO en nooit het grote geheel. Dit komt voornamelijk door de tweede fase, deze heeft veroorzaakt dat ze overzicht en rekenvaardigheden missen. Uit resultaten van de eerste jaars pikte je zo de leerlingen die van de zogeheten proefscholen kwamen (die als eerste de tweede fase hadden ingevoerd.) Je zou denken dat ze wel wat beters kunnen, meetkunde en bewijzen etc, maar dat heeft niks geholpen. Dit is een gevolg van het focus denken, met oogkleppen op kijken naar problemen. Bewijzen in de vlakke meetkunde kunnen ze wel, maar daar heb je niks aan.

De onderwerpen die ze behandelen zijn verder wel goed, maar de manier waarop is slecht. Dit komt mogelijk van twee kanten: Op het WO worden misschien de

verkeerde dingen gevraagd en op het VO worden ze verkeerd gebracht.

Toch, op de universiteit moet je leren conceptueel te denken. Daar heb je rekenvaardigheden gewoon simpelweg voor nodig.

Een goede oplossing ligt niet zomaar voor de hand. Misschien dat er weer terug gegaan moet worden bij wiskunde naar de ouderwetse manier. Er is een inherent verschil tussen wiskunde en andere vakken. Bij wiskunde heb je rijping nodig. Bijvoorbeeld, je kunt het idee van een raaklijn wel bijbrengen, maar dat geeft nog niet aan hoe je het moet berekenen.

Er is een kleine vergelijking met de lagere school. Je zegt, dit is vermenigvuldigen.  $3 \times 4$  is 3 maal een hoeveelheid van 4. Alleen op de lagere school werkt het wel, want ze doen dit 4 à 5 jaar achterelkaar, waardoor ze het concept goed geleerd hebben. Ze gaan steeds dieper op de stof in en dan valt het kwartje op den duur wel.

De universiteit kan zich niet veroorloven om te korten. Oefening baart kunst, waarom moet je voor Nederlands en Engels zoveel boeken lezen? Om te leren. Ze denken dat dit bij wiskunde anders is, maar dat is niet zo.

Een opfriscursus zou mogelijk kunnen werken. Bij veel Technische Universiteiten wordt er zelfs een toelatingstest gedaan. Studenten halen hier veelal lage cijfers op, hier schrikken zij (en de docenten) van en door middel van zelfstudie moeten ze verder zien te komen. Misschien is een deficiëntie cursus wel goed, om te kijken waar de problemen liggen.

Er is een groot verschil tussen studenten die te weinig weten en/of kunnen maar wel willen en leerlingen die moeten stampen. Een groot motivatie verschil.

De studenten van tegenwoordig zijn absoluut niet dommer, ze halen zelfs de tweede fase met al die vakken erin. Ze zijn knap in diversiteit. Ze onthouden snel, maar vergeten het helaas ook weer snel. De studenten van tegenwoordig zijn breder opgeleid en té gefocussed. Dit is een gevolg van slecht lesmateriaal. Een nieuw hoofdstuk grijpt niet terug naar een eerder hoofdstuk en dat is jammer. Komt dit misschien omdat er 7 à 8 auteurs op staan en ieder een paragraafje schrijven?

Het niveau op middelbare scholen voor wiskunde zou misschien weer omhoog gaan als er betere methodes worden gebruikt en er heel veel in geoefend wordt. Dit zou ook direct voor een betere aansluiting kunnen zorgen.

Wordt er wel eens kritisch naar het web gekeken? Er staan veel dingen op het internet, maar helaas ook heel veel dingen fout. Men leest het internet niet goed, er staan zelfs volslagen incorrecte dingen op het internet. Je moet hier heel kritisch in wezen. Elke student kan rotzooien met het web of met programma's als Word etc.

Er wordt wellicht geen instaptoets aan de RUG gehouden, omdat de algemene universiteiten het niet doen. Het zou studenten kunnen afweren. En studenten zijn geld. Het is dus gewoon een kwestie van geld. Misschien is dit te naïef, maar toch...

Wat mij betreft: wel een instaptoets, het geeft namelijk heel veel aan. Jij schrikt,

wij schrikken en dan kunnen we er wat aan doen. Op het internet staat een hele mooie cursus om je niveau op te krikken, *staff.science.uva.nl/craats*. Dit is een hele goede manier, alleen niet voor het VO.

Alles ligt wel heel gevoelig, want een VO docent doet wel zijn stinkende best en zijn heel bevlogen met wat ze doen. Maar aan de andere kant merkt een WO docent dat het niveau van de studenten achteruit gaat.

Vraag het personeel van de WO maar wie er met een G.R. overweg kan. Dat zijn er niet veel. Dit is niet een indicatie hoe goed je wiskunde kan. Maar maak gebruik van de grafische rekenmachine! Ontken niet dat het er is, maar gebruik het goed!

### 4.3 Interview studieadviseur (2)

Veel studenten vinden het eerste vak (differentiaal en integraal rekenen) heel moeilijk. De reden hiervoor is dat alles veel sneller gaat. Ze vinden het dictaat te moeilijk, het is te compact geschreven: stelling, bewijs. Het is heel veel theorie. Daar komt bij dat de manier van lesgeven anders is, maar dat is niet iets van de laatste jaren, dat is altijd al zo geweest. De wiskunde op de universiteit is heel anders dan op het VO.

De voorlichting die ze kregen was meer een lokkertje, hierdoor weten ze niet echt wat wiskunde studeren op de universiteit is.

Toch kunnen studenten tegenwoordig makkelijk overal informatie vandaan halen, dit komt natuurlijk mede door de digitale leefomgeving waar we in verkeren.

De instelling van de studenten is de afgelopen drie jaar niet veranderd.

De studenten beheersen de parate wiskundekennis wel, maar ze zijn er niet zodanig in bedreven, waardoor ze lang naar een berekening moeten kijken, maar dat is niet een kwestie van iets missen. Zeker door de grafische rekenmachine denken ze niet meer genoeg na over wat ze doen. De studenten zijn niet vlot en snel in berekeningen en daar komt bij dat ze inzicht missen. Ze kunnen het wel, maar te langzaam. Dit is een regelrechte gevolg van de verbreding in de tweede fase.

Ze missen niet veel, in het VO programma zit alles wel wat belangrijk is, maar ze beschikken niet over de vaardigheid om dit snel te doen.

Hoe kunnen we de aansluiting verbeteren? Je moet een soort college aanbieden waarin ze de vaardigheden oefenen en tegelijk begrip bij wordt gebracht over wat ze aan het doen zijn.

Uit de tweede fase moet naar voren komen dat de studenten over een betere zelfdiscipline beschikken, maar op de universiteit merken we daar weinig van.

De tweede fase moet aangepast worden. Als je op de universiteit komt moet je een bepaald niveau hebben en over vaardigheden beschikken. Er moet weer een goede mix komen van frontaal werken en zelfwerkzaamheden. Nu neigt alles helaas naar het laatste. Studenten en leerlingen zijn niet zelf in staat om stof te begrijpen, want ze merken hun eigen fouten niet op! Daarom moet de theorie gewoon toch uitgelegd worden. Hier komt bij dat wiskunde ook een kwestie van

oefenen is.

Op dit moment krijgen de leerlingen misschien te weinig over integreren en differentieren.

De vraag rijst nu, moeten we aan de toelatingseisen sleutelen nu we over gaan op de flexibele bachelor? Er komt nu een gezamenlijk eerste semester voor natuurkunde, scheikunde en wiskunde onder de noemer natuurwetenschappen en technologie. Scheikunde heeft namelijk niet wiskunde b12 als eis. Ook bepaalde vakken zullen makkelijker worden, lineaire algebra en differentiaal- en integraalrekenen moeten ook aan scheikundigen gegeven worden, waardoor het niveau zal dalen. Hierdoor wordt de overgang noodgedwongen toch een stuk makkelijker. Er komt wel wat theorie en bewijzen in! Het principe major, minor wordt elders ook wel gedaan. Je kan hierdoor mensen afschrikken, maar ook aan trekken. Het is nog even afwachten.

Het niveau van de wiskunde in de tweede fase daalt, waardoor de universiteit beseft dat ook bij het WO het niveau daalt en dit heeft als logisch gevolg dat het eindniveau ook daalt. Je wordt er niet blij van, maar je moet!

De studenten leren te veel breed op hert vo en te weinig specialistisch. Nu rijst de vraag: Hoe boeiend is de studie wiskunde voor de echte student? Toch, goede studenten halen ook wel een goed eindniveau, maar minder goede studenten niet, en dat is op zich geen ramp.

Hoorcolleges zijn niet erg goed. Er blijft niet veel van hangen. Een beter idee is om hoorcollege en werkcollege in één te stoppen, meer gemengd en kleinere groepjes, maar daar heb je de capaciteiten niet voor. Zonder hoorcollege kan ook niet. De studenten lezen wel, maar begrijpen het niet. Het is ook moeilijk in te schatten wat ze wel/niet begrijpen. (Behalve natuurlijk de goede student.)

Gemengder kan niet, want daar heb je de capaciteiten niet voor, helemaal niet met de flexibele bachelor. Of hele goede werkcollegedocent en meer werkcolleges geven, maar dan is het nog steeds een capaciteitsprobleem.

Zelfstudie: dieper op ingaan, anders leer je alleen wat je nodig hebt en dat is niet genoeg. Je leert wel beter, alleen in een laag tempo, waardoor je minder leert. Maar wat je leert, leer je goed!

Hoorcollege en werkcollege structuur veranderen willen we wel, maar hebben we de capaciteiten niet voor. In hogere jaren wel, maar niet structureel. Dat is afhankelijk van de docent.

#### **4.4 Interview docenten**

Om tot een beter beeld te komen heb ik gesprekken gevoerd met twee docenten, Fred Wubs en Jos Tolboom, die al langer in het universitaire onderwijs zitten en zodoende een goede kijk op de zaken kunnen geven. De vragen die ik gesteld heb kunt u vinden in de bijlage. De ideeën en uitspraken die deze docenten hadden komen nu aan de orde.

Wat het meest naar voren kwam in de discussies is het gebrek aan algebraïsche

vaardigheden. Elke docent vindt dat de leerlingen van nu te weinig geoefend zijn. Maar aan de andere kant zien de VWO docenten ook niet hoe ze dit kunnen veranderen. Er is gewoon te weinig tijd voor wiskunde in de Tweede Fase. Ook is er het besef dat door de hulpmiddelen van de Tweede Fase, de formulekaart maar met name de grafische rekenmachine, de algebraïsche vaardigheden niet gesterkt worden, integendeel, ze zullen juist minder bedreven worden. Wubs: “Het is een heel eenvoudige stap: schaf gewoon de grafische rekenmachine af. Dit dwingt de leerlingen vaardig te worden door meer te oefenen. Het idee van de grafische rekenmachine is niet zo gek, door middel van plaatjes inzicht krijgen, maar het wordt te gemakkelijk gebruikt.”

Maar geldt dit alles ook voor de wiskunde student. Tolboom:” Nou misschien valt het juist bij de studenten wiskunde relatief mee. Het zijn natuurlijk de beste leerlingen van het VWO, dus wat zij tekort komen aan parate kennis, dat leren zij tamelijk snel bij. Maar het belangrijkste is misschien wel dat ze de juiste houding ten opzichte van wiskunde hebben: doorzetten, kritisch blijven, het hoofd koel houden.”

Ook dat is iets wat in de vele gesprekken sterk naar voren kwam. De leerlingen beschikken niet meer over de juiste mentaliteit. Het gaat er tegenwoordig om, hoe haal ik met zo weinig mogelijk inspanning toch nog een zesje voor dit vak. Dit is een logisch gevolg van de tweede fase waarin de leerlinge misschien toch iets te veel vrij gelaten wordt in de keuzes die hij/zij maakt. Wubs:”Er moet ergens een maat gezet worden. Wat is normaal om te doen voor een vak. Maar gedeeltelijk ook: hoe kan ik efficiënt leren studeren met intensieve begeleiding.”

In het algemeen komt naar voren dat er een groot gebrek is aan parate kennis en dat er een groot discipline tekort is. Maar op de middelbare scholen is simpelweg geen tijd genoeg om dit alles aan te leren. Daarom pleit bijna iedereen ervoor om op de universiteit te repareren wat er op het VWO mis is gegaan. Dit zou perfect kunnen door een inhaal cursus te geven aan het begin van het cursusjaar op de universiteit. Daarnaast zou integratie van de competenties in de bestaande vakken ook een boel bijdragen aan een betere overgang van het VWO naar het WO. Hiertoe is het van groot belang dat de docenten van elkaar weten wat er gebeurt. De docenten op de universiteit moeten precies weten wat de leerlingen op het voortgezet onderwijs krijgen aan leerstof en op wat voor manier dit gebracht wordt. Maar anderzijds moeten de docenten op het VWO ook weten wat er van een leerling gevraagd wordt, mocht deze kiezen voor de studie wiskunde. Dit wederzijds onbegrip, wat er nu nog sterk heerst, moet opgelost worden. Tolboom:” Om te voorkomen dat het wederzijds onbegrip groeit, moet er structurele uitwisseling komen tussen WO en VWO docenten.”

Tolboom:” Het grootste probleem is dat er niemand is die alles weet. Iedereen praat mee vanuit zijn eigen straatje. Welke aanpak je ook kiest, je moet bij sommige dingen water bij de wijn doen. Op het VWO betekent dat wiskunde meer een vak is dat niet alleen op de wiskundestudie voorbereidt!”

## 5 Conclusies en aanbevelingen

De geschiedenis leert ons dat elke onderwijsvernieuwing een piek aan klachten met zich mee brengt. Meestal gepaard gaande met langdurige discussies over het belang van deze veranderingen. Dus wat kon je anders verwachten bij de invoering van de Tweede Fase. Dat er nu geen klachten zouden zijn? Dat deze 'geleidelijke overgang' zonder commentaar zou verlopen?

Dat er nu dan ook kritisch gekeken wordt naar de Tweede Fase is een logisch gevolg van dit alles.

Voor mijn onderzoek probeer ik een antwoord te krijgen op de vraag: "*Hoe sluit de wiskundestudie op de RUG aan op het niveau van de VWO leerlingen. En als deze aansluiting niet goed is: hoe kunnen we deze dan verbeteren?*". Dat ik hiervoor lang naar de gevolgen van de Tweede Fase heb gekeken is uiteraard logisch, omdat het niveau van het onderwijs van de Tweede Fase het niveau van de eerstejaars studenten bepaald. Toch moet deze scriptie niet gelezen worden als commentaar op de Tweede Fase, want daarvoor heb ik te partiëel gekeken. Ik heb alleen gekeken vanuit het oogpunt van de wiskundestudie op de RUG. Zou ik een zinvol onderzoek willen doen naar de Tweede Fase, dan zou ik vanuit alle vakgebieden en oogpunten kritisch naar de Tweede Fase moeten kijken.

De bedoeling is om een zinvol beeld te krijgen van wat we kunnen doen zodat de aansluiting met het wetenschappelijk wiskunde onderwijs verbetert.

Hiervoor heb ik eerst gekeken naar de geschiedenis. Daarna heb ik alle eerste- en tweedejaars studenten een enquête laten invullen. Vervolgens heb ik de studieadviseurs van de opleiding wiskunde aan de RUG geïnterviewd. Als laatste heb ik ook nog gesproken met veel docenten van zowel middelbaar als wetenschappelijk onderwijs.

Om een goede conclusie te kunnen trekken en met zinvolle aanbevelingen te komen kijken we naar de knelpunten genoemd in §2.4 afzonderlijk.

### 5.1 De grafische rekenmachine

Uit de enquête volgt uit vraag 4 dat de studenten positief zijn over de grafische rekenmachine. Ze geven aan dat ze zonder de grafische rekenmachine wel wiskunde kunnen. In de open vragen staat dat ze wel minder met de G.R. hadden willen doen, maar dat betekent niet dat ze zonder de G.R. geen wiskunde kunnen. Dit is vrij verrassend, aangezien uit de literatuur naar voren komt dat er (zie §2.3.2) behoorlijk wat kritiek was op de grafische rekenmachine. In de literatuur wordt geschreven dat de G.R. afgeschaft moet worden terwijl de studenten aangeven dat het hun niet belemmert in het goed kunnen uitoefenen van wiskunde. De studenten zien het niet echt als wezenlijk knelpunt. De studieadviseurs zeggen hierover dat door de G.R. de studenten niet meer genoeg nadenken over wat ze doen. De docenten geven zelfs aan dat de G.R. maar direct afgeschaft moeten worden. Toch is het idee ervan niet zo slecht, maar het wordt momenteel te mak-

kelijk gebruikt. Toch kan de G.R. zinvolle toepassingen hebben. Daarom zegt de studieadviseur: "Maak gebruik van de grafische rekenmachine! Ontken niet dat het er is, maar gebruik het goed!"

Voor een goede overgang van het VWO naar het WO moeten het VWO de G.R. goed gaan gebruiken. Daarnaast moet de universiteit de grafische rekenmachine erkennen als nuttig en bruikbaar hulpmiddel. Om tot een goede overgang te komen, moeten docenten aan de RUG weten hoe ze met een G.R. om moeten gaan en waar ze deze kunnen inzetten in hun vakgebied.

## 5.2 De formulekaart

Uit vraag 5 van de enquête komt naar voren dat de studenten de formulekaart niet als een positief element van de Tweede Fase ervaren. Zeker op het WO moeten de leerlingen veel formules herkennen, maar door het gebruik van de formulekaart lijkt dit toch niet te kunnen. Dit komt nog sterker naar voren in de open vragen. De studenten geven aan te weinig formules te kennen, omdat ze die allemaal van de formulekaart halen. De studenten geven zelf aan dat de formulekaart zorg draagt voor een vermindering van de kennis. De formulekaart is dus nadrukkelijk een probleem. De studenten hebben een duidelijke mening over de formulekaart, terwijl de studieadviseurs en docenten de formulekaart niet noemen als knelpunt. Uit de literatuur komt naar voren (zie §2.3.3) dat er vraagtekens geplaatst worden bij de formules die op de formulekaart staan. Deze kaart zou bij veel leerlingen de wiskundekennis behoorlijk verminderen. In de open vragen geven de studenten aan dat ze de formulekaart op de universiteit wel terug willen zien, maar dan aangepast op de vakken van nu.

Al met al mag geconcludeerd worden dat voor een betere overgang van het VWO naar het WO er nog eens goed gekeken mag worden naar de formulekaart. Een minder uitgebreide formulekaart op het VWO en een kleine formulekaart op het WO zou de wiskundekennis van de leerling en student bevorderen en daarmee positief bijdragen aan de overgang van VWO naar WO.

## 5.3 Tijdgebrek

Van Streun, [16], geeft ons met een berekening (zie §2.4) aan, dat er op het VWO te weinig tijd is voor wiskunde. In elk geval, niet de tijd die ervoor berekend is. "Het gevolg is dat de werkelijk beschikbare studielast hooguit 70 procent is van de studielast waerop de examenprogramma's zijn vastgesteld.", [1]. Door dit tekort aan tijd hebben de studenten niet genoeg tijd om vaardigheden te leren en diep op de stof in te gaan. Uit vraag 3 van de enquête zien we dat de studenten ook niet echt gestimuleerd werden tot zelf nadenken. In de open vragen komen ze hier niet op terug. Het gevolg hiervan wordt aangegeven door de studieadviseurs: "De studenten van tegenwoordig zijn absoluut niet dommer, ze halen zelfs de



Tweede Fase met al die vakken erin. Ze zijn knap in diversiteit. Ze onthouden snel, maar vergeten het helaas ook weer snel. De studenten van tegenwoordig zijn breder opgeleid en té gefocussed.”Met de toevoeging: ”Ze kunnen het wel, maar té langzaam.”

Dit probleem opvangen is niet zo gemakkelijk. In principe komt het neer op een goede studielastverdeling op het VWO, maar dat betekent automatisch dat het onderwijssysteem op het VWO veranderd moet worden. In §4.4 staat: ”Er moet ergens een maat gezet worden. Wat is normaal om te doen voor een vak. Maar gedeeltelijk ook: hoe kan ik efficiënt studeren met intensieve begeleiding.”

Docenten op de RUG moeten het tempo misschien langzaam opvoeren, zodat studenten even de tijd hebben om te wennen.

## 5.4 Algebraïsche vaardigheden

De voorgaande paragrafen hebben uiteraard ook veel te maken met het onderwerp algebraïsche vaardigheden. De komst van de grafische rekenmachine en de formulekaart en het gebrek aan tijd in de Tweede Fase hebben een negatief effect op de algebraïsche vaardigheden. Toch kunnen we uit de enquête en analyse van de vragen 16 tot en met 27 niet echt concluderen dat het slecht gesteld staat met de algebraïsche vaardigheden van onze studenten. We kunnen weinig over het werkelijke niveau van de studenten zeggen. In de literatuur (zie §2.4) staat dat de algebraïsche vaardigheden misschien wel meer aandacht verdienen dan ze gehad hebben. Dat vinden de studenten zelf ook. In de open vragen zeggen ze dat ze op het VWO veel facetten hebben gemist, die met algebraïsche vaardigheden te maken hebben.

Door zowel de studenten als docenten en studieadviseurs wordt aangegeven hoe het gebrek aan algebraïsche vaardigheden mogelijk op het WO is op te vangen. Ten eerste moeten de docenten op het WO rekening houden met het gebrek aan wiskundekennis en met name de algebraïsche vaardigheden van de studenten. Ten tweede geven de studieadviseurs aan dat een instaptoets wel zou kunnen helpen. Studenten weten dan wat hun niveau is, zodat ze er vervolgens mee aan de slag kunnen gaan. De RUG moet hier dan ook iets voor aanbieden. Ten derde zou in het eerste jaar een college aangeboden moeten worden waarin ze de vaardigheden oefenen en waarbij tegelijk het begrip wordt bijgebracht over wat ze aan het doen zijn.

## 5.5 Nieuwe punten

Naast de knelpunten genoemd in §2.4 kwamen uit de enquêtes en de interviews nog een paar knelpunten naar voren. De studenten zouden niet meer beschikken over de juiste houding en mentaliteit. Daarnaast missen zij het inzicht in wat ze doen. De docenten missen het inzicht bij de studenten, met name wat de wiskundekennis van een student is. Als laatste knelpunt, wat in de gesprekken

naar voren kwam, is de manier van werken op de RUG. Uit de enquête (zie de vragen 6,9,10 en 11) zien we dat de studenten dit zelf wel mee vinden vallen, maar er ook niet erg positief over zijn. In §4.3 lezen we: "De wiskunde op de universiteit is heel anders dan op het voortgezet onderwijs." Deze punten zouden in de toekomst ook meer aandacht mogen krijgen.

## 5.6 Afsluiting

Naast de genoemde knelpunten valt het dus allemaal wel mee met de aansluiting. Harm Jan Smid zegt hierover: *"Ook al vind ik de 'ramp' dus wel wat meevallen, en vind ik de aansluitingsdiscussie wel iets van een hype hebben, het zou heel wat beter zijn als de kloof tussen vwo en wo niet de neiging had te groeien, maar juist kleiner zou worden. Dat zal niet vanzelf gaan. De ontwikkelingen binnen het vwo hebben hun eigen dynamiek, en het onderwijs op het wo heeft zo zijn eigen wetten"*, [6].

Wat de universiteit nog wel zou kunnen doen is ervoor zorgen dat het contact met het voortgezet onderwijs verbetert. Peter Kop: *"Bovendien zou veelvuldiger en gestructureerder overleg tussen voortgezet onderwijs en hoger onderwijs voor de nodige verbeteringen kunnen zorgen"* [9]. Docenten moeten van elkaar weten wat er gebeurt en bij alle vernieuwingen in het onderwijs weten wat er gaande is. Hierdoor kunnen docenten op de universiteit hun colleges aanpassen, zodat ze iedereen erbij kunnen houden, zonder verlies van inhoud te krijgen. Aan de andere kant kunnen docenten op het VWO hun leerlingen beter voorbereiden op het studeren! Hoewel dit wel een doel van de tweede fase is, komt dit nog niet goed uit de verf.

## 6 Bijlage

### 6.1 Enquête

Jaar van inschrijving	.....
Vooropleiding	.....
1=helemaal mee oneens ... 5=helemaal mee eens	1 2 3 4 5
1 De manier van lesgeven in de Tweede Fase is de juiste manier van lesgeven.	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
2 Door de hoeveelheid vakken in de 2 <sup>e</sup> fase, heb ik niet de juiste bagage wiskunde meegekregen die ik wel zou willen/moeten hebben.	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
3 Op het VWO werd ik gestimuleerd om zelf na te denken.	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
4 Zonder de G.R. kan ik geen wiskunde	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
5 Door het gebruik van de formulekaart weet ik veel dingen niet die professoren wel van mij verwachten.	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
6 Ik vind dat wat ik op de middelbare school geleerd heb voor wiskunde, absoluut niet overeenkomt met wat ik op de universiteit doe.	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
7 Ik kan niet goed plannen.	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
8 De wiskunde docent (WO) heeft goed door wat onze voorkennis is.	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
9 Ik heb moeite met de wijze waarop les wordt gegeven op de universiteit. (HC, WC, Prac)	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
10 Tijdens hoorcolleges heb ik het gevoel dat ik niet weet waar het over gaat.	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>

11 Zonder de werkcolleges lukt het mij niet om de leerstof onder de knie te krijgen. □□□□□

12 Als mij gevraagd wordt tijdens een college om thuis nog ergens naar te kijken, dan doe ik dat. □□□□□

13 Als ik een opgave zie, weet ik precies hoe ik het op moet lossen, maar beseft ik niet/amper wat ik aan het doen ben. □□□□□

14 Wat heb je gemist op het VWO aan leerstof en vaardigheden m.b.t. wiskunde?  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

15 Wat moet er op de universiteit veranderen om de overgang van VO naar WO te verbeteren?  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

De volgende opgaven kon ik zonder meer naar behoren maken  
toen ik met de studie wiskunde begon.

- 1=helemaal mee oneens ... 5=helemaal mee eens    1 2 3 4 5
- 16 Schrijf als één breuk  $\frac{a}{a+2} + \frac{a-3}{a}$
- 17 Vereenvoudig zo veel mogelijk:  
 $\ln(6e^5) - \ln 2 - \ln 3$
- 18 Los op:  $\frac{x-1}{x+2} = \frac{x-3}{x+3}$
- 19 Los op:  $2e^{2x} - 5e^x + 2 = 0$
- 20 Differentieer:  $f(x) = 3x^3 + 2x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}$
- 21 Differentieer:  $f(x) = e^{2x} + 2^{2e} + 3^{4x}$
- 22 Bereken een primitieve van:  $f(x) = x \cdot e^{x^2}$
- 23 Bereken:  $\int_1^t (\frac{1}{x} + 2x + 2^x) dx$
- 24 Bepaal:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$
- 25 Gegeven is de functie  $f(x) = 3 \sin x + e^{\cos x}$   
Bereken:  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\pi+h) - f(\pi)}{h}$
- 26 Laat zien dat voor  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  geldt  
 $(1 + \frac{1}{\tan^2 x}) \cdot (1 - \cos^2 x) = 1$
- 27 Gegeven is dat  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$  en dat  $\cos \alpha = \frac{-12}{13}$   
Bereken  $\sin \alpha$

## 6.2 Vragenlijst docenten

- De studenten van tegenwoordig beschikken niet meer over de juiste bagage parate wiskunde kennis. Geldt dit ook voor de studenten wiskunde?
- Wat zijn de ervaringen van de laatste drie jaren?
- Wat gaat er nu beter in vergelijking met drie jaar geleden?
- Waar liggen de eventuele knelpunten?
  - Op welke manier kunnen we deze knelpunten verwijderen?
- Wat voor veranderingen zouden er plaats moeten vinden om de overgang te verbeteren?

## 7 Literatuur

1. Streun, A. van (2003), Gerommel aan de Tweede Fase, *Nieuw Archief voor Wiskunde*, nr. 1, p. 56 - 57
2. Perrenet, J., Sterk, H. (2002), Blij met de vernieuwde Tweede Fase, *Nieuw Archief voor Wiskunde*, nr. 1, p. 70 - 73
3. Streun, A. van (2001), Hoe staat ons Nederlands wiskundeonderwijs ervoor?, *Nieuw Archief voor Wiskunde*, nr. 2, p. 43 - 50
4. Kooi, D. van der (2001), Tijd voor bewijzen, *Nieuw Archief voor Wiskunde*, nr. 4, p. 356 - 357
5. Drijvers, p. (2000), Studenten met een grafische rekenmachine: wat kunnen we van ze verwachten?, *Nieuw Archief voor Wiskunde*, nr. 4, p. 399 - 405
6. Smid, H. J. (2004), Aansluiting VWO - WO: Drama of Hype?, *Euclides*, nr. 3, p. 90 - 93
7. Streun, A. van (2005), Op zoek naar... 'wiskundedidactiek anno 2005', *Euclides*, nr. 4, p. 260 - 263
8. Zwaneveld, B. (2005), De taal van de wiskunde, *Euclides*, nr. 5, p. 283
9. Kop, P. (2005), Niet terug naar af, *Euclides*, nr. 5, p. 284 - 286
10. Kok, D. (1997), Zelfstandig leren en de wiskundeleraar, *Nieuwe Wiskrant*, nr. 1, p. 5 - 10
11. Kemme, S. (1997), Het wiskundeonderwijs door de jaren heen, *Nieuwe Wiskrant*, nr. 1, p. 13 - 15
12. Meninge over het studiehuis deel 1 en deel 2, *Nieuwe Wiskrant*, 1998, nr. 3, p 4 - 7, nr. 4, p 14 - 17
13. Vodde, K., Groeneveld, N. (1999), Rekenen + VWO = ? Vaardigheden van vwo-leerlingen met betrekking tot het gebruik van rekenregels, *Nieuwe Wiskrant*, nr. 3, p. 15 - 17
14. Groen, W. (2001), Parate wiskundekennis en rekenvaardigheid, *Nieuwe Wiskrant*, nr. 3, p. 50 - 52
15. Groen, W. (2001), Parate wiskundekennis en formulevaardigheden, *Nieuwe Wiskrant*, nr. 1, p. 13 - 14

16. Streun, A. van (2002), *Het denken bevorderen.*, Rijksuniversiteit Groningen, rede bij de aanvaarding van het ambt van hoogleraar in de didactiek van de Wiskunde en Natuurwetenschappen.
17. Kooij, H. (2006), De wiskunde-examenprogramma's Havo en Vwo vanaf 2007, *Euclides*, nr. 7 , p. 322 - 326
18. [http : //nl.wikipedia.org/wiki/Tweede\\_Fase](http://nl.wikipedia.org/wiki/Tweede_Fase)
19. Kaenders, R. (2005), Hij gooide boeken uit de trein, *Freudenthal 100, Speciale editie ter gelegenheid van de honderdste geboortedag van Professor Hans Freudenthal*, onder redactie van H. Ter Heege e.a., Freudenthal instituut Utrecht
20. Huijssoon, B., Groenewegen, P. (2005), Zeven jaar Tweede Fase, een balans, bron: <http://www.tweedefase-loket.nl/doc/evaluatie/balans.pdf>